МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Расчет цепей постоянного тока

Методические указания
к выполнению практических работ
по дисциплине «Теоретические основы электротехники» и
«Электротехника и электроника»
для студентов электрических и неэлектрических специальностей

Белгород 2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра электроэнергетики

Утверждено
научно-методическим советом
университета

Расчет цепей постоянного тока

Методические указания
к выполнению практических работ
по дисциплине «Теоретические основы электротехники» и
«Электротехника и электроника»
для студентов электрических и неэлектрических специальностей

Белгород 2012

УДК
ББК
Р

Составитель ст. преподаватель *М.Ю. Михайлова*
доцент Д.А Прасол
Рецензент проф. кафедры «Электроэнергетика», к.т.н. *А.А. Виноградов*

Р Расчет цепей постоянного тока: методические указания к выполнению практических работ по дисциплине «Теоретические основы электротехники» и «Электротехника и электроника» для студентов электрических и неэлектрических специальностей/ сост. М.Ю. Михайлова, Д.А. Прасол. - Белгород: Изд-во БГТУ, 2012, 82 с.

Методические указания составлены в соответствии с программами обучения по дисциплинам «Теоретические основы электротехники и «Электротехника и электроника» и содержат методику расчета цепей постоянного тока, примеры решения задач. Методические указания, расчет цепей постоянного тока предназначены для студентов электрических и неэлектрических специальностей.

Издание публикуется в авторской редакции.

УДК
ББК

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Большинство студентов умеет решать простые задачи, в которых необходимо в известную форму подставить числовые значения величин. Решение же более сложных задач, в которых формулу необходимо вывести из других соотношений или использовать законы электротехники, вызывает неопределимые трудности.

Для решения многих задач существуют определённые приёмы, методы. Есть и такие задачи, к которым стандартные методы неприменимы; при их решении необходимо ввести дополнительные условия, составить несколько математических уравнений и решить их.

Необходимо представить смысл понятий, изучить законы электротехники и овладеть элементами математической культуры – алгеброй, тригонометрией, техникой тождественных преобразований.

Решение задач – необходимый элемент изучения электротехники. Следует осознать, что решение задачи – результат решения системы уравнений. Однако в курсе электротехники изучают не уравнения, а законы, которые представляют собой описание каких-либо явлений. Поэтому, изучив теорию, невозможно не решить задачу. Вы записываете в математической форме законы, несколько определений и конкретные следствия условия задачи, пока не получите систему уравнений, содержащую то же число неизвестных. Теперь остаётся найти корни системы уравнений – это и есть решение задачи.

Очевидно, задачи и теория – единое целое.

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Явление направленного движения свободных носителей электрического заряда в веществе или в вакууме называется *электрическим током проводимости.*

Интенсивность электрического тока оценивается физической величиной, называемой *силой электрического тока.*

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{e \times n}{t}$$

где I – сила тока [А]
Q – заряд [Кл]
Q = e×n
t – время [сек].

Электрическое напряжение – это энергетическая характеристика электрического поля, численно равная работе при перемещении заряда в 1 Кл между двумя точками электрического поля.

$$U = \frac{A}{Q} = El$$

где U – напряжение [В]
А – работа [Дж]
Е – напряженность электрического поля [В/м].

$$U = \varphi_1 - \varphi_2$$

Напряжение есть разность потенциалов.

Электрическая проводимость проводника показывает, какой величины ток образуется в проводнике данных размеров при напряжении на его концах в 1 В.

$$G = \frac{I}{U} = \gamma \frac{S}{l}$$

где G – проводимость [См]
I – ток [А]
S – площадь сечения [м^2]
l – длинна проводника [м].

Величина, обратная проводимости, называется электрическим сопротивлением.

$$R = \frac{1}{G} = \frac{U}{I} = \frac{l}{\gamma S} = \rho \frac{l}{S}$$

где R – электрическое сопротивление [Ом]
ρ – удельное сопротивление [Ом×м]
U – напряжение [В]
γ – удельная проводимость [См/м].

Сопротивление проводника зависит от температур:

$$R_2 = R_1[1+\alpha(t_2 - t_1)]$$

где α – температурный коэффициент сопротивления [$^{\circ}C^{-1}$]

t_1 и t_2 – начальная и конечная температуры.

1.1. Основные законы электротехники

1. Законы Ома.

а) для участка цепи:

Ток на пассивном участке цепи прямо пропорционален приложенному к этому участку напряжению и обратно пропорционален его сопротивлению:

$$I = \frac{U}{R}$$

где [I] = 1 А – электрический ток

[U] = 1 В – напряжение

[R] = 1 Ом – сопротивление.

б) для всей цепи

Сила тока в электрической цепи прямо пропорциональна ЭДС источника и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи.

$$I = \frac{E}{R + r_0}$$

где [E] = 1 В – ЭДС

[R] = 1 Ом – сопротивление

[r_0] = 1 Ом – внутреннее сопротивление источника.

Величину, равную произведению тока на внутреннее сопротивление цепи, называют внутренним падением (потерей) напряжения.

$$U_0 = Ir_0$$

т.е. ЭДС источника численно равно сумме напряжений на внешнем и внутреннем участках цепи

$$E = IR + Ir_0$$

$$E = U + U_0$$

2. Законы Кирхгофа

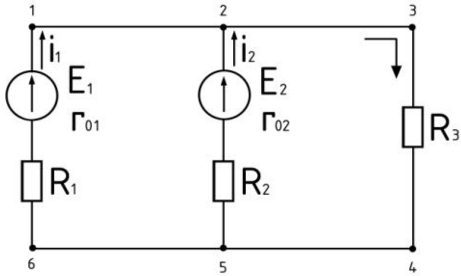


Рис. 1

а) первый закон Кирхгофа

применяется для узлов электрической цепи.

Алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю

$$\Sigma I = 0$$

или сумма токов, направленных к узлу электрической цепи, равна сумме токов, направленных от узла электрической цепи.

Пример: для узла 2 (Рис. 1).

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Токи, направленные к узлу имеют знак «+»; направленные от узла имеют знак «–».

б) второй закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма всех действующих ЭДС в любом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме всех падений напряжения на сопротивлениях, входящих в данный контур

$$\Sigma E = \Sigma IR$$

Раскрытие алгебраических сумм ЭДС и падения напряжения следует производить в соответствии с правилом знаков:

1. Если направление ЭДС совпадает с условно выбранным направлением обхода по контуру, то ЭДС берут со знаком «+», если направление ЭДС не совпадает с выбранным направление обхода, то со знаком «–».

2. Если направление тока на участке цепи совпадает с выбранным направлением обхода контура, то падение напряжения на этом участке будет со знаком «+», если направление тока не совпадает с направлением обхода контура, то со знаком «–».

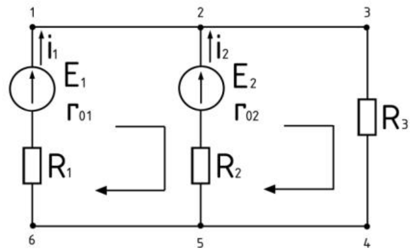


Рис. 2

Пример: Запишем II з. Кирхгофа для контура 1-2-5-6-1. Обходим контур по часовой стрелке:

$$E_1 - E_2 = I_1R_1 + I_1r_{01} - I_2R_2 - I_2r_{02}.$$

1.2. Потенциальная диаграмма

Изменение потенциалов в электрической цепи можно наглядно изобразить в виде потенциальной диаграммы.

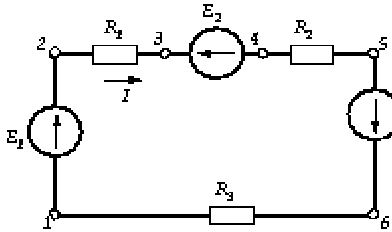


Рис. 3

Потенциальная диаграмма представляет собой график изменения потенциала при обходе цепи, построенный в прямоугольной системе координат, в которой по оси абсцисс откладывают в определенном масштабе сопротивления участков цепи, а по оси ординат – потенциалы соответствующих точек.

Пример:

Принимаем потенциал точки 1 равным нулю $V_1=0$. Потенциалы точек цепи находим согласно равенствам.

$$V_2=V_1+E_1$$
$$V_3=V_2+IR_1$$
$$V_4=V_3-E_2$$

$$V_5=V_4–IR_2$$
$$V_6=V_5+E_3$$
$$V_1=V_6–IR_3$$

Если направление ЭДС совпадает с направлением обхода, то при расчёте потенциалов точек записывается со знаком «+», как E_1 и E_3; если не совпадает – «–», как E_2.

Для падений напряжений другое правило: если ток в пассивном элементе направлении встречно обходу контура, то падение напряжения записывается со знаком «+», если совпадает по направлению, то знак «–».

Величина тока проводимости определяется алгебраической суммой ЭДС всех источников, делённой на полное сопротивление цепи:

$$I = \frac{\Sigma E}{\Sigma(R + r_0)}$$

Если при расчёте результат получился положительным, то ток совпадает с произвольно выбранным направлением обхода. Если же

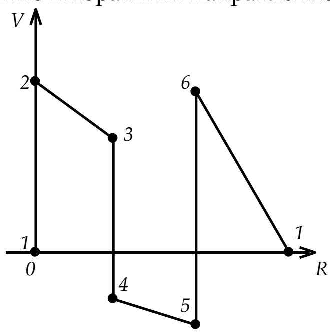


Рис. 4

результат получился отрицательным, то ток имеет направление противоположное выбранному.

Строим потенциальную диаграмму по точкам.

Так как внутренне сопротивление ЭДС приняты равным нулю, то при переходе через эти элементы потенциалы изменяются скачком.

Пример:

Условие задачи

В электрической цепи (рис. 5) E_1 = 5 В, E_2 = 18 В, E_3 = 8 В, r_1 =500 Ом, r_2 = 250 Ом, r_3 = 700 Ом, r_{01} = 50 0м. Внутренними сопротивлениями первого и третьего источников пренебрегаем. Вычислить потенциалы всех точек, обозначенных на схеме, напряжение между точками *А* и *Д* и построить потенциальную диаграмму.

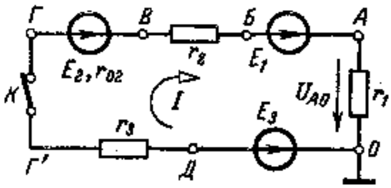


Рис. 5

Решение задачи

1. Потенциал точки электрической цепи.

Напряжение между двумя точками электрической цепи определяется как разность потенциалов двух точек. Это же положение используется при определении потенциалов точек электрической цепи. Так, например, между точками *А и О* (рис. 5), где действует некоторое напряжение U_{AO}, разность потенциалов (этих точек)

$$\varphi_A - \varphi_O = U_{AO} = r_1 I$$

Выбором для одной (любой) точки цепи значения равным нулю, примем для точки *О* (рис. 5) потенциал $\varphi_O = 0$. При этом для точки *А* потенциал

$$\varphi_A = U_{AO} = r_1 I$$

Таким образом, потенциал какой-либо точки (А) цепи равен напряжению (U_{A0}) между этой точкой (А) и другой (О), для которой потенциал принят равным нулю.

2. План решения задачи.

Чтобы воспользоваться выражениями для разности потенциалов ($\varphi_A - \varphi_O$) и для потенциала одной точки (φ_A), нужно знать ток цепи. С его вычисления и начнем решение задачи.

Кроме того, следует для одной точки цепи принять потенциал, равный нулю. Это уже выполнено: выражение для $\varphi_Д$ записано при условии $\varphi_O = 0$. Точку с нулевым потенциалом (точка О, рис. 5) иногда присоединяют к заземляющему установку проводу или к корпусу прибора и в последнем случае (при присоединении к корпусу) обозначают, как показано на рис. 5.

Имея точку с нулевым потенциалом и напряжения всех участков цепи, определим потенциалы точек цепи.

3. Вычисление тока.

В неразветвленной цепи с несколькими э. д. с., ток равен отношению алгебраической суммы всех э.д.с. к сумме всех сопротивлений, цепи. В рассматриваемой схеме две э. д. с. (E_1 и E_2) действуют в одном направлении (по направлению движения часовой стрелки) и их сумма $E' = E_1 + E_2 = 5 + 18 = 23$ В. Одна э. д. с. $E_3 = 8$ В действует против направления движения часовой стрелки, т. е. навстречу суммарной э.д.с. E'. Поскольку $E' > E_3$, то направление тока

$$I = \frac{E' - E_3}{\Sigma r} = \frac{23-8}{500+250+700+50} = 0{,}01A = 10мA$$

совпадает с направлением э. д. с. E', т. е. ток направлен по движению часовой стрелки (рис. 5).

4. Вычисление потенциалов точек электрической цепи.

Для точки О (рис. 5) выбран потенциал $\varphi_O = 0$. При этом условии, как было показано, потенциал точки *А*

$$\varphi_A = r_1 I = 500 \cdot 0{,}01 = 5B$$

Потенциал точки *А* оказался положительным и $\varphi_A > \varphi_O$. так как ток в сопротивлении направлен от точки большего потенциала к точке меньшего потенциала (ток *I* на рис. 5 направлен от А к О). Это правило используется и дальше для участков *БВ* и *ГД,* содержащих только сопротивления.

Для определения потенциала другой точки цепи, например *Б,* воспользуемся уже вычисленным потенциалом $\varphi_A = 5$ В и известным напряжением на зажимах участка *АБ.* Так как источник с э. д. с. E_1 не имеет внутреннего сопротивления, то потенциал его зажима (точка *Б* на рис. 5) всегда (при любом токе) меньше потенциала зажима «+» (точки *А* на рис. 5) на величину э. д. с. или равного ему напряжения $U_{АБ} = 5$ В. Поэтому

$$\varphi_Б = \varphi_A - U_{АБ} = 5 - 5 = 0.$$

Зная потенциал $\varphi_Б = 0$, вычислим теперь потенциал $\varphi_В$ следующей точки *В.* Так как ток в сопротивлении r_2 направлен от точки *В к* точке *Б,* то потенциал точки *В* больше потенциала точки *Б* на величину падения напряжения в сопротивлении r_2:

$$\varphi_В = \varphi_Б + r_2 I = 0 + 250 \cdot 0{,}01 = 2{,}5B.$$

На участке *ВГ* изменение потенциала обусловлено двумя причинами: действием э. д. с. E_2 и падением напряжения на сопротивлении r_{02}. Электродвижущая сила E_2 вызывает уменьшение потенциала точки *Г* (точка *Г* является зажимом «–» источника, а точка Д – зажимом «+»). Падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника ($r_{02}I$) вызывает увеличение потенциала точки *Г,* так как ток направлен от точки *Г* к точке *В*. Поэтому

$$\varphi_{Г} = \varphi_{В} - E_2 + r_{02} I = 2{,}5 - 18 + 50 \cdot 0{,}01 = -15 В.$$

Для участка *ГД*

$$\varphi_{Д} = \varphi_{Г} + r_3 I = -15 + 700 \cdot 0{,}01 = -8 В.$$

В целях проверки расчетов найдем потенциал точки *О,* используя известный потенциал $\varphi_{Д} =$ 8 В и учитывая, что $\varphi_{O} = \varphi_{Д}$ (см. направление стрелки э. д. с. E_3 на рис. 5):

$$\varphi_{O} = \varphi_{Д} + E_3 = -8 + 8 = 0$$

Если бы мы обходили цепь в обратном направлении, т. е. двигались по направлению тока в цепи, то на всех внешних и внутренних сопротивлениях потенциалы увеличивались бы на величину падения напряжения.

5. Построение потенциальной диаграммы.

По полученным значениям потенциалов различных точек цепи построим потенциальную диаграмму (рис.6).

По оси *x* или r откладываются величины сопротивлений

всех участков (r_1 r_2 , r_{02} , r_3). Они расположены одно за другим в той же последовательности, как и в рассмотренной цепи (рис. 6). Участок цепи *АБ* (рис. 6), сопротивление которого равно нулю, изображается на оси *r* (рис.6) точкой.

Так как ось r представляет собой как бы линейную развертку сопротивлений замкнутого контура, то в начале и в конце на оси r оказывается одна и та же точка О.

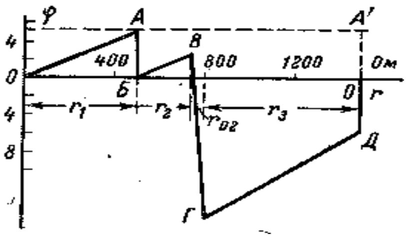


Рис. 6

По оси *y* или φ отложены величины потенциалов точек с учетом их знака: положительные потенциалы вверх, а отрицательные вниз от оси г.

Рассмотрим построение диаграммы для нескольких участков цепи. Так, например, для участка *ОА* были получены потенциалы крайних точек $\varphi_O = 0$ и $\varphi_O = 5$ В.

Это означает, что на участке *ОА* (рис. 5) потенциал возрастает от 0 до 5В, это изображено линией *ОА* на рис. 5.

На участке *АБ,* где сопротивление равно нулю, линия потенциала (рис.5) параллельна оси *φ*. Участок *БВ* цепи аналогичен участку *ОА,* так как и тот и другой содержат только сопротивления. Если учитывать, что по их сопротивлениям (r_1 и r_2) проходит один и тот же ток *I*, то линии *ОА* и *БВ* (рис. 5) параллельны.

Так же построены другие отрезки потенциальной диаграммы.

6. Вычисление напряжения $U_{АД}$.

При помощи потенциальной диаграммы или величин потенциалов точек цепи легко определить напряжение между заданными точками. Так, например,

$$U_{АД} = \varphi_А - \varphi_Д = 5 - (-8) = 13В.$$

Это же напряжение можно определить графически, как показано на диаграмме (рис. 6, отрезок *АД).*

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как повлияет на вид потенциальной диаграммы выбор другой точки с нулевым потенциалом?

Разности потенциалов (напряжения) на участках цепи не изменятся, так как определяются только величинами э. д. с., сопротивлений и тока (не зависят от выбора точки нулевого потенциала).

Действительно, если принять $\varphi_А = 0$ (рис. 7), что равносильно перемещению оси г в точку *А* (рис. 7, пунктирная прямая *АА'*), то потенциалы всех точек уменьшатся на $\varphi_А = 5$ В, а разности потенциалов останутся прежними. Итак, выбор другой точки нулевого потенциала проводник перемещению оси *r*.

2. Можно ли выбрать потенциал, равный нулю (заземлить), одновременно у нескольких точек цепи?

В общем случае потенциал только одной точки можно выбрать любым, в частности равным нулю (заземлить).

В нашем случае можно, кроме точки *О,* также заземлить точку *Б*, не нарушив режим цепи, так как потенциал $\varphi_А = \varphi_О = 0$. При равных потенциалах точек *Б* и *О* между ними отсутствует напряжение, а следовательно, не будет тока в корпусе прибора или в земле.

3. Изменится ли режим цепи, если замкнуть проводником точки *О* и *Б* (рис.5)?

Так как потенциалы точек *О* и *Б* равны, то между этими точками напряжение $U_{ОБ}$ = 0 и в проводнике *ОБ* тока не будет. Следовательно, проводник *ОБ* не внесет никаких изменений в режим работы цепи.

Полученный результат можно объяснить иначе. После включения проводника *ОБ* цепь (рис.5) становится двухконтурной. Токи внешних ветвей правого и левого контура равны (в этом читатель может легко убедиться самостоятельно) и одинаково направлены относительно узловых точек *О* и *Б*. При этом ток в ветви *ОБ* (рис.5) равен нулю (1-й закон Кирхгофа).

4. Как вычислить потенциалы при разомкнутом ключе?

При разомкнутом ключе *К*, (рис.5) ток *I* = 0. При этом имеем два незамкнутых участка цепи: *ОАБВГ* и *ОДГ'*. Принимая $\varphi_O = 0$, получаем для первого участка:

$$\varphi_А = \varphi_О + r_1 I = 0 + r_1 \cdot 0 = 0$$
$$\varphi_Б = \varphi_А - E_1 = -E_1 = -5В$$
$$\varphi_В = \varphi_Б = r_2 I = \varphi_Б = -5В$$
$$\varphi_Г = \varphi_В - E_2 + r_{02} I = -5 - 18 + 0 = -23В$$

Вычислим потенциалы участка *ОДГ* (рис. 5):

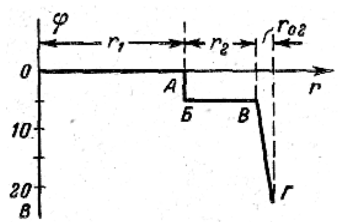


Рис. 7

$$\varphi_Д = \varphi_О - E_3 = -8В$$
$$\varphi_{Г'} = \varphi_Д + r_3 I = \varphi_Д = -8В$$

По полученным данным на рис. 7 построена потенциальная диаграмма участка *ОАБВГ*. Аналогично можно построить потенциальную диаграмму другой ветви (*ОДГ*). Диаграммы этих участков независимы друг от друга.

Результаты вычислений показывают, что изменение потенциалов разомкнутой цепи происходит только в местах где включены источники.

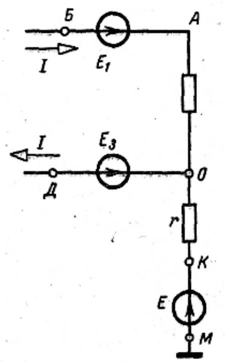


Рис. 8

5. Как повлияет диаграмма разомкнутой цепи.

На потенциалы цепи (рис. 8) включение между точкой О и корпусом участка *ОМ*?

Учитывая, что в незамкнутом участке цепи *ОМ* (рис. 8) тока нет и принимая э. д. с. *E* = 10 В, а потенциал $\varphi_M = 0$, получаем:

$$\varphi_K = \varphi_M + E = E = 10B$$

$$\varphi_O = \varphi_K = 10B$$

При расчете потенциалов замкнутого контура *ОАБДО* (рис. 8) следует считать φ_O= 10 В вместо нуля. В остальном порядок расчета ничем не отличается от рассмотренного в задаче. Потенциалы всех точек увеличатся на 10 В.

6. Как используются на практике потенциальные диаграммы?

Ко многим электронным приборам, используемым в радиотехнике, автоматике, технике связи, придаются таблицы потенциалов, которые облегчают их ремонт и наладку. Такими таблицами, в частности, снабжается большинство электронных устройств, используемых в быту.

1.3. Электрическая цепь

Электрическая цепь – это совокупность устройств и объектов, образующих пути электрического тока.

Отдельное устройство, входящее в состав электрической цепи и выполняющее в ней определённую функцию, называется элементом электрической цепи.

Рассматривая схемы различных электрических цепей, можно выделить в них характерные участки.

Ветвью называется участок электрической цепи, состоящий только из последовательно включённых источников и приёмников энергии, вдоль которого проходит один и тот же ток.

Узлами называются точки, в которых сходится не менее трёх ветвей.

Контуром электрической цепи называется любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям.

Расчёт электрических цепей основывается на различных допущениях и некоторой идеализации реальных приёмников электрической энергии, т.е. реальные приёмники заменяют элементами цепи.

Под элементами цепи понимают идеализированную модель реального приёмника, который теоретически приписываются определенные электрические и магнитные свойства, так что они в совокупности приближенно отражают явление, происходящие в реальных устройствах.

Различают активные и пассивные элементы:

Активными элементами считают источники электрической энергии. Пассивными элементами являются резисторы, индуктивные катушки и конденсаторы.

Пример:

Узлы: 2; 5

Ветви: 2-1-6-5; 2-5; 2-3-4-5

Контуры: 1-2-5-6-1; 2-3-4-5-2; 1-2-3-4-5-6-1

E1 и E2 – активные элементы

R1; R2; R3 – пассивные элементы

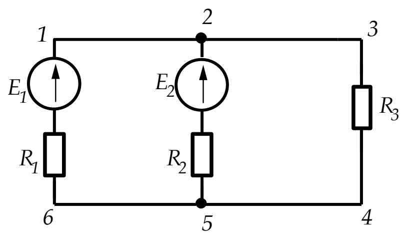


Рис. 9

Электрические цепи с последовательно-параллельным соединённым приёмников электрической энергии при питании их от одного источника электрической энергии, а также одноконтурные цепи называются *простыми цепями.*

Расчёт этих цепей осуществляется по формулам закона Ома и первого закона Кирхгофа. При этом используется метод эквивалентного преобразования цепи (метод свертывания цепи)

1.4. Расчет с применением метода свертывания цепи

Условие задачи

Источник напряжения с э. д. с. E = 120 В и внутренним сопротивлением r_0 = 2 Ом (рис.10) включен в цепь, где r_1 = 18 Ом, r_2 = 100 Ом, r_3 = 150 Ом.

Вычислить токи во всех участках цепи, напряжения на зажимах потребителей и источника, а также мощности источника и всех потребителей.

Решение задачи

1. Источник напряжения. В этой задаче, как и во всех предыдущих, используется источник энергии, характеризующийся величиной э. д. с. и внутренним сопротивлением. Такой источник энергии называется источником напряжения.

Как было показано э. д. с. источника обеспечивает ток в цепи и энергию в потребителях, а внутреннее сопротивление характеризует потери энергии в самом источнике.

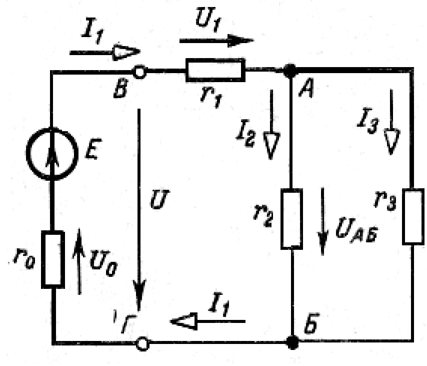


Рис. 10

Чтобы обеспечить малые потери энергии в источнике, его внутреннее сопротивление выбирают обычно много меньшим, чем сопротивление внешнего участка цепи. Напомним, что этому условию удовлетворяли все источники энергии (аккумуляторы, генераторы и др.), использованные в предыдущих задачах.

Внутреннее сопротивление может быть указано рядом с кружочком, обозначающим источник (рис. 10, участок *ГВ),* или же изображено отдельно вне кружка (рис. 10).

В практических условиях часто представляется возможным пренебречь сравнительно малым внутренним сопротивлением источника. Такие источники (без внутреннего сопротивления) являются источниками заданного напряжения. Иногда их называют источниками э. д. с.

Итак, источник напряжения практически можно считать источником заданного напряжения.

2. Токи цепи. Во всех участках неразветвленной части цепи, образуемой источником э. д. с. и двумя последовательно соединенными сопротивлениями r_1 и r_0 , ток имеет одно значение I_1 (рис. 10). Этот ток разветвляется в узловой точке *А* на два тока: I_2 и I_3. Последние суммируются в узловой точке *Б* и образуют вновь ток I_1. При этом по первому закону Кирхгофа $I_1 = I_2 + I_3$ что справедливо как для узла *А*, так и для узла *Б.*

3. Вычисление общего сопротивления цепи – упрощение схемы. Заменяя отдельные участки схемы с последовательными и параллельными соединениями сопротивлений их общими сопротивлениями, удается упростить или, как говорят, «свернуть» схему.

К чему мы должны стремиться, упрощая схему? Наша цель получить простую неразветвленную цепь, расчет которой уже известен.

Для этого заменим сопротивления r_2 и r_3 их общим сопротивлением:

$$r_{2,3}=\frac{r_2 r_3}{r_2+r_3}=\frac{100\cdot 150}{100+150}=\frac{15000}{250}=60\,Ом$$

После такой замены (рис. 11) получается простая неразветвленная цепь.

4. Вычисление токов и напряжений. В какой последовательности ведется вычисление токов.

$$I_1 = \frac{E}{r_0 + r_1 + r_{2,3}} = \frac{120}{2+18+60} = 1{,}5A$$

Прежде всего, определяем ток в упрощенной схеме (рис. 11), а затем переходим к исходной схеме (рис.10), для которой, как было показано

$$I_2 + I_3 = I_1 \text{ или } I_2 + I_3 = 1{,}5A.$$

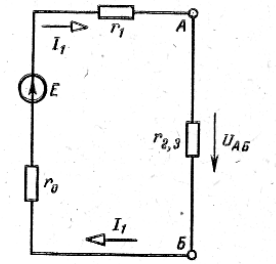


Рис. 11

С другой стороны, в параллельных ветвях токи обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей или

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{r_3}{r_2} = \frac{150}{100} = 1{,}5$$

(так как $U_{АБ} = r_2 I_2 = r_3 I_3$), откуда

$$I_2 = 1{,}5 I_3$$

Заменив в уравнении ток I_2 его значением, получим:

$$1{,}5I_3 + I_3 = 1{,}5, \text{ или } I_3 = 1{,}5/2{,}5 = 0{,}6 \text{ А}.$$

Определим падения напряжения на всех сопротивлениях (рис. 11):

$$U_1 = r_1 I_1 = 18 \cdot 1{,}5 = 27B$$

$$U_0 = r_0 I_1 = 2 \cdot 1{,}5 = 3B$$

$$U_{АБ} = r_2 I_2 = 100 \cdot 0{,}9 = 90B$$

Напряжение на зажимах *ВГ* источника

$$U = E - U_0 = 120 - 3 = 117B$$

Итак, расчет токов и напряжений проводим путем постепенного перехода от упрощенной схемы к заданной.

Как проверить, правильно ли сделаны вычисления токов и напряжений?

Для этого можно воспользоваться законами Кирхгофа.

Полученные значения токов удовлетворяют требованиям первого закона Кирхгофа, так как $I_2 + I_3 = 0{,}9 + 0{,}6 = 1{,}5$ А $= I_1$. Сделаем проверку по второму закону Кирхгофа, согласно которому в замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма э. д. с. (ΣE) равна алгебраической сумме падений напряжений на всех сопротивлениях ($\Sigma rI - \Sigma U$).

В нашем случае сумма э. д. с. равна E = 120 В, поскольку в цепи действует только один источник. Сумма падений напряжений $U_0 + U_1 + U_{АБ} = 3 + 27 + 90 = 120$ В. Итак, действительно $\Sigma E = \Sigma U$.

5. Вычисление мощности. Мощность, развиваемая источником

$$P_И = EI_1 = 120 \cdot 1{,}5 = 180 \text{ Вт.}$$

Потеря мощности во внутреннем сопротивлении

$$P_O = r_O (I_1)^2 = 2 \cdot (1{,}5)^2 = 4{,}5 \text{ Вт.}$$

Следовательно, источник отдает во внешнюю цепь мощность

$$P = P_И - P_O = 180 - 4{,}5 = 175{,}5 \text{ Вт.}$$

Можно иначе вычислить эту мощность:

$$P = UI = 117 \cdot 1{,}5 = 175{,}5 \text{ Вт.}$$

С другой стороны,

$$P = r_1 I_1^2 + r_{2,3} I_1^2 = (r_1 + r_{2,3}) I_1^2 = (18 + 60)\ 1{,}5^2 = 175.$$

Как проверить, правильно ли сделан расчет цепи?

Для этого следует составить баланс мощностей. Мощность, отдаваемая источником, $P_И - P_О$ = 175,5 Вт и мощность потребителей P = 175,5 Вт, т. е. баланс сходится.

Дополнительные вопросы к задаче

1. Как определяется напряжение между узлами разветвленного участка цепи?

Ответ на этот вопрос рассмотрим на примере расчета узлового напряжения $U_{АБ}$. В упрощенной схеме (рис. 11)

$$U_{АБ} = r_{2,3} I_1 = 60 \cdot 1{,}5 = 90 \text{ В}$$

и в исходной схеме (рис. 10)

$$U_{АБ} = r_2 I_2 = 100 \cdot 0{,}9 = 90 \text{ В.}$$

Итак, напряжение между узлами разветвленного участка определяется либо как произведение тока ветви на сопротивление ветви, либо как произведение общего тока цепи на общее сопротивление разветвленного участка.

2. Как определить напряжение при помощи второго закона Кирхгофа?

Прежде всего, вспомним правило знаков при составлении уравнений по второму закону Кирхгофа. Электродвижущая сила записывается со знаком плюс, если выбранное направление обхода контура совпадает с ее направлением. Падение напряжения на сопротивлении записывается со знаком плюс, если направление тока в рассматриваемом сопротивлении совпадает с направлением обхода контура.

В соответствии с этими правилами для контура *ВАБГВ* (рис. 11) при его обходе по направлению движения часовой стрелки имеем:

$$E=(r_0+r_1+r_{2,3})I_1=U_O+U_1+U_{АБ}.$$

Обходя этот же контур в обратном направлении (против направления движения часовой стрелки), получаем:

$$-E=-U_O-U_1-U_{АБ}$$

Оба уравнения тождественны. Из полученного уравнения

$$U_{АБ}=E-U_O-U_1=120\text{-}3\text{-}27=90 \text{ В}.$$

Получился уже известный результат.

Итак, при помощи второго закона Кирхгофа легко определить напряжение на любом участке замкнутого контура электрической цепи, если известны напряжения на других участках.

3. Может ли источник находиться во внутренней ветви схемы?

Рассмотренная в задаче цепь может иметь схемное изображение, показанное на рис. 12, отличающееся от исходной схемы (рис. 10) только тем, что разветвленный участок с источником располагается в середине. По существу это различные схемные начертания для одной и той же цепи, поэтому приведенный расчет пригоден для обеих схем.

Иногда вызывает затруднения расчет цепи (рис. 13), так как не сразу замечают, что сопротивления r_2 и r_3 присоединены к одним и тем же узловым точкам *А* и *Б,* т. е. включены параллельно, и могут быть заменены одним сопротивлением $r_{2,3}$,после чего схема принимает вид, показанный на рис. 11.

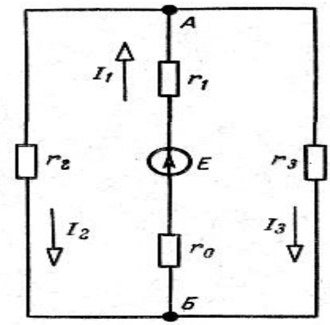


Рис. 12

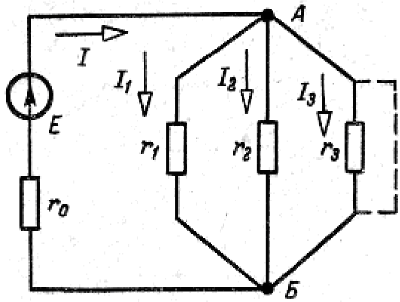


Рис. 13

4. Как определить токи в цепи с большим числом параллельно включенных потребителей?

Для ответа на этот вопрос вычислим токи I_1, I_2, I_3 (рис. 13) трех параллельно включенных потребителей с сопротивлениями r_1 = 30 Ом,

r_2 = 20 Ом и r_3 = 12 Ом, если ток I = 10 А (пунктир на рис. 13 не учитывать).

Для параллельного соединения общая проводимость.

$$g_{АБ} = \frac{1}{r_{АБ}} = g_1 + g_2 + g_3 = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6} См$$

и $r_{АБ}=6 Ом$.

Общее сопротивление параллельного соединения меньше наименьшего из подключенных сопротивлений.

Напряжение между узловыми точками и токи соответственно равны:

$$U_{АБ} = r_{АБ} I = 6 \cdot 10 = 60 В$$

$$I_1 = \frac{U_{АБ}}{r_1} = \frac{60}{30} = 2А$$

$$I_2 = \frac{U_{АБ}}{r_2} = \frac{60}{20} = 3А$$

$$I_3 = \frac{U_{АБ}}{r_3} = \frac{60}{12} = 5А$$

Проверим по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 2 + 3 + 5 = 10А = I$$

Метод определения узлового напряжения для расчета токов ветвей дает быстрое решение задачи, и его преимущества возрастают с увеличением числа параллельных ветвей.

5. Как повлияет на величины токов и напряжений в цепи (рис.13) короткое замыкание зажимов сопротивления r_3?

Такой режим может возникнуть, например, в результате ошибки при монтаже (проложен лишний провод, соединяющий зажимы сопротивления r_3, как это показано на рис. 13 пунктиром) либо при повреждении сопротивления r_3 и др.

При коротком замыкании сопротивления r_3 или вообще коротком замыкании между узловыми точками *А* и *Б* (рис. 13) сопротивление одной ветви (r_3) можно принять равным нулю, а поэтому и общее сопротивление между точками *А и Б* $r_{АБ} = 0$ (см. предыдущий вопрос).

В результате и напряжение между точками *А* и *Б* (рис. 13) $U_{АБ} = r_{АБ} I = 0$, общее сопротивление всей цепи (рис. 13) уменьшится, ток I возрастет, напряжение на зажимах источника $U = E - r_0 I$ уменьшится, токи I_2 и I_1 будут равны нулю, так как в параллельно соединенных сопротивлениях общий ток распределяется обратно пропорционально сопротивлениям ветвей, т. е. практически весь ток I пройдет через ветвь, сопротивление которой принято равным нулю.

6. Какое повреждение могло случиться в цепи (рис. 13), если

измерения показали, что напряжение U_1 меньше нормы, а U и $U_{АБ}$ больше нормы? Внезапное увеличение напряжения на зажимах источника энергии $U = E - r_0 I_1$ позволяет сделать предположение (наиболее вероятное) об уменьшении тока I_1. Доказательность этого предположения возрастает, если учесть, что напряжение $U_1 = r_1 I_1$ также уменьшилось (по данным измерений). Но общий ток I_1 уменьшается при увеличении общего сопротивления цепи, и такое увеличение могло случиться на участке цепи, где возросло напряжение. По данным измерений увеличилось напряжение $U_{АБ}$. Следовательно, можно предположить увеличение общего сопротивления параллельно соединенных r_3 и r_4, что могло произойти, например, при отпайке одного из сопротивлений от зажима *А* или *Б* (рис. 13) или в результате внутреннего повреждения сопротивления (обрыва в одном из сопротивлений).

Таковы наиболее вероятные неисправности.

7. Какие неисправности можно предположить в цепи (рис. 13), если измерения показали: $U_1 = U$; $U_{АБ} = 0$?

Напряжение на участке *АБ* (рис. 13) может отсутствовать, если этот участок замкнут накоротко (например, соединены точки *Б* и *А,* рис.13). Допустимо и другое предположение: обрыв цепи между точками *В* и *А* (рис. 13) и как следствие – отсутствие тока I_1 и равенство напряжений $U = U_1$.

Особый интерес представляет возможная взаимосвязь повреждений. Так, случайное замыкание участка *АБ* (рис.13) приведет к значительному увеличению тока I_1 и мощности $P_1 = r_1 I_1^2$ в сопротивлении r_1. При этом могут наступить перегрев сопротивления r_1, и его перегорание (обрыв).

Итак, при анализе неисправностей электрической цепи следует учитывать возможность их взаимосвязи, т. е. одно повреждение может вызвать другое.

2. РАСЧЁТ СЛОЖНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрические цепи с несколькими контурами, состоящими из разных ветвей с произвольным размещением потребителей и источников энергии, называется сложными электрическими цепями.

Расчёт сложных цепей постоянного тока обычно сводится к определению величины и направления токов в отдельных ветвях при заданных значениях ЭДС и сопротивлений.

Для этого применяются специальные методы расчёта:

1. Метод узловых и контурных уравнений.
2. Метод контурных токов.
3. Метод наложения токов.
4. Метод узлового напряжения (метод двух узлов).
5. Метод эквивалентного генератора.
6. Метод эквивалентного преобразования «треугольника» и «звезды» сопротивлений.

Рассмотрим алгоритм расчёта и пример решения каждого метода:

2.1. Метод узловых и контурных уравнений

Данный метод является одним из самых простейших методов расчёта электрических цепей постоянного тока любой сложности. Основывается на составлении уравнений по I и II законам Кирхгофа.

Алгоритм расчёта:

1. Определяем число ветвей m, узлов и контуров в электрической цепи. Число токов в цепи равно числу ветвей. Для каждой ветви выбираем условное направление тока и укажем их на схеме.

2. По первому закону Кирхгофа составляем уравнение для узлов в количестве n-1, где n – число узлов.

3. На основании II закона Кирхгофа составляем m-n+1 уравнений, где m-число ветвей,n-число узлов. Для обхода выбираем контуры с меньшим числом ветвей и содержащих хотя бы одну новую ветвь. Контур обходим по часовой стрелке.

4. Полученные уравнения объединяем в систему и решаем любым способом, известным из математики.

Пример:

Дано: (рис. 14) E_1=60 В; E_2=48 В; E_3=6 В; R_1=200 Ом; R_2=100 Ом; R_3=9,5 Ом; r_{03}=0,5 Ом; $r_{01}=r_{02}\approx 0$.

Найти: все токи.

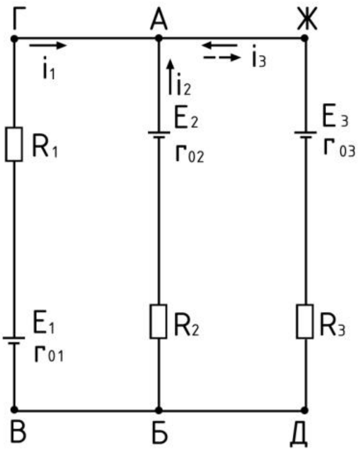


Рис. 14

Решение задачи

1. Сущность метода. Этот метод основан на применении первого и второго закона Кирхгофа, не требует никаких преобразований схемы и пригоден для расчёта любой цепи; в этом его преимущество.

Сколько же нужно составить уравнений для расчёта цепи? Очевидно, столько, сколько неизвестных величин, в нашем случае – токов. Поэтому начнём решение задачи с определения числа неизвестных токов.

2. Определение числа неизвестных токов и выбор их направлений. Как известно, в каждом неразветвлённом участке цепи (ветви) ток имеет одно и тоже значение от начала до конца участка. В рассматриваемой цепи к узловым точкам А и Б присоединены три ветви: БВГА с током I_1, БА с током I_2, БДЖА с током I_3

Итак, число различных токов равно числу ветвей электрической цепи.

Как определить направления токов?

Нам уже известно, что в сложной цепи до её расчёта узнать направления всех токов нельзя. Поэтому *в начале направления токов выбирают произвольно (положительные направления токов)* и при выбранных направлениях составляют уравнения. Затем решают эти уравнения и определяют истинные направления токов по их алгебраическим знакам, а именно: токи, действительные направления которых обратны выбранным, выражаются отрицательными числами.

Так, в нашем случае можно заранее сказать, что не все выбранные направления токов (рис. 14, сплошные стрелки) совпадают с действительными, так как не могут все токи притекать к узлу А. Очевидно, что один или два тока выразятся отрицательными числами.

Итак, токи в уравнениях Кирхгофа являются алгебраическими величинами, знаки которых зависят от направлений токов.

3. Составление уравнений по законам Кирхгофа. В нашей задаче – три неизвестных тока I_1, I_2, I_3, для определения которых составим три уравнения.

Начнём с уравнений по первому закону Кирхгофа как более простых. Для цепи с n узлами можно составить n-1 независимое уравнение; для одного (любого) узла цепи уравнение не следует составлять, так как оно было бы следствием предыдущих.

В цепи на рис. 14 два узла, поэтому составим одно уравнение по первому закону Кирхгофа, например для узла А:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Два недостающих уравнения составим по второму закону Кирхгофа, выбрав для этого, например, контуры БАЖДБ и ВГЖДВ (чтобы уравнения были независимы, в каждый следующий контур должна входить одна новая ветвь, не входившая в предыдущий).

Приняв обход каждого контура по направлению движения часовой стрелки и учитывая правила знаков, получим:

$$I_2(R_2 + r_{02}) - I_3(R_3 + r_{03}) = E_2 - E_3;$$

$$I_1(R_1 + r_{01}) - I_3(R_3 + r_{03}) = E_1 - E_3.$$

4. Вычисление токов. Подставив в уравнения значения сопротивлений и ЭДС, получим:

$$I_2 \times 100 - I_3(9{,}5 + 0{,}5) = 48 - 6$$

или

$$100I_2 - 10I_3 = 42$$

$$I_1 \times 200 - I_3(9{,}5 + 0{,}5) = 60 - 6$$

или

$$200I_1 - 10I_3 = 54$$

Итак, вычисление токов сводится к решению системы трёх уравнений с тремя неизвестными. Для этого, например, определим ток I_2 из уравнения и подставим его значение в уравнение:

$$-100(I_1 + I_3) - 10I_3 = 42;$$

приведя подобные члены, получим:

$$-100I_1 - 110I_3 = 42.$$

Получились два уравнения с двумя неизвестными: I_1 и I_3.

Умножив второе уравнение на и сложив его с уравнением с первым, получим:

$-10I_3 - 220I_3 = 138$,

откуда

$I_3 = -\frac{138}{230} = -0{,}6A$

Подставив значение тока I_3 в уравнение , получим:

$-100I_1 - 110(-0{,}6) = 42$,

откуда

$I_1 = \frac{42-66}{-100} = 0{,}24A$

Ток I_2 определим из:

$I_2 = -I_1 - I_3 = -0{,}24 + 0{,}6 = 0{,}36A$

Ток I_1 и I_2 имеют положительные значения, а I_3 – отрицательное, следовательно, направления первых двух токов были выбраны правильно, а тока I_3 – неправильно.

Действительное направление тока I_3 указано пунктирной стрелкой на рис. 14. При этом сумма притекающих к узлу А токов I_1+I_2=0,24+0,36=0,6 А равна оттекающему току I_3=0,6 А.

*Дополнительные вопросы к задаче

1. Сколько электрических контуров имеют цепи, показанные на рис.14 ?

Электрическая цепь (рис.14) имеет три контура: ГАБВГ, ГЖДВГ и АЖДБА. Для составления двух уравнений по второму закону Кирхгофа необходимо и достаточно выбрать два контура. Проще всего выбрать контуры, образующие отдельные ячейки, в нашем случае ГАБВГ и АЖДБА. Число ячеек всегда равно числу независимых уравнений, которые надо составить по второму закону Кирхгофа.

Для расчёта цепи на рис.14 при помощи законов Кирхгофа надо составить пять независимых уравнений (цепь состоит из пяти ветвей). Цепь имеет (А, Б, В), значит, по первому закону Кирхгофа можно составить два независимых уравнения. Недостающие три уравнения нужно составить по второму закону Кирхгофа.

В цепи по рис.14 можно наметить шесть контуров (АВКА, АБВКА, АБМКА, АБВА, АБМВА и БМВБ), но независимые уравнения получаются только для трёх контуров, например для трёх ячеек: АВКА, АБВА, и БМВБ, в каждую из которых входит новая ветвь.

Итак, разветвлённая цепь электрическая цепь имеет больше контуров, чем нужно и можно использовать для составления уравнений.

2. Как вести расчёт, если заданы значения токов, но неизвестны другие параметры цепи?

Очевидно, что из трёх независимых уравнений , составленных для цепи на рис.14 , можно определить любые три неизвестные величины. например, при заданных значениях токов и сопротивлений можно определить ЭДС E_1, E_2 и E_3, а по известным токам и ЭДС – величины трёх сопротивлений.

Итак, порядок расчёта цепи по методу уравнений Кирхгофа не зависит от того, какие величины заданы и какие неизвестны. Число неизвестных величин не должно быть больше числа независимых уравнений, которые можно составить по первому и второму закону Кирхгофа.

3. Следует ли принимать одинаковое направление обхода для всех контуров?

При составлении уравнений было выбрано одно и то же направление обхода этих контуров (по направлению движения часовой стрелки). Приняв для одного из них, например АЖДБА (рис. 14), противоположное направление обхода, получим:

$$I_3(R_3 + r_{03}) - I_2(R_2 + r_{02}) = E_3 - E_2$$

Сравнивая уравнение (4.2) и (4.7), легко убедится, что они тождественны, так как различают только противоположными знаками всех членов уравнения.

Итак, для каждого контура направление обхода может быть выбрано произвольно.

4. Целесообразно ли предыдущую задачу решать методом уравнений Кирхгофа?

Электрическая цепь по рис. 15 имеет пять неизвестных токов, и для их вычисления потребовалась бы пять уравнений (два по первому и три по второму закону Кирхгофа).

Решение системы из пяти не проще, чем вычисление токов в двух простых цепях по методу наложения.

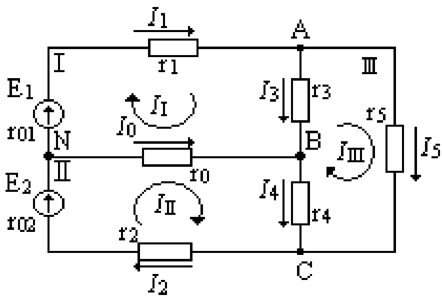


Рис. 15.

Пример 2:

В схеме (рис. 15) трехпроводной линии постоянного тока ЭДС источников $E_1 = 253$в и $E_2 = 225$в, их внутренние сопротивление $r_{01} = r_{02} = 0{,}5$ ом, сопротивления главных проводов $r_1 = r_2 = 0{,}5$ ом и нейтрального провода $r_0 = 1$ ом, сопротивления пассивных приемников энергии $r_3 = 40$ ом, $r_4 = 20$ ом и $r_5 = 40$ ом.

Определить токи, применив законы Кирхгофа.

Решение.

В схеме имеются шесть ветвей и, следовательно, число неизвестных токов равно шести. Число узлов равно четырем.

Намечаем на схеме предполагаемые направления токов в ветвях. После этого составляем, основываясь на первый закон Кирхгофа, три независимых уравнения:

для узла А

$I_1 - I_3 - I_5 = 0$;

для узла В

$I_0 - I_4 + I_3 = 0$;

для узла С

$I_2 - I_4 - I_5 = 0$;

Недостающее уравнение для трех замкнутых контуров I, II и III составляем на основании второго закона Кирхгофа. Направление обхода контуров выбираем по часовой стрелке.

Для контура I

$E_1 = r_{01}I_1 + r_1I_1 + r_3I_3 - r_0I_0$;

для контура II

$E_2 = r_{02}I_2 + r_2I_2 + r_4I_4 + r\ I_0$;

для контура III

$$0 = r_5 I_5 - r_4 I_4 - r_3 I_3 .$$

Решение системы уравнений с шестью неизвестными дает: I_3 = 6 а, I_5 = 11 а, I_4 = 10 а, I_2 = 21 а, I_1 = 17 а и I_0 = 4 а.

Найденные токи проверим, подставив их значения в уравнения, составленные на основании первого закона Кирхгофа:

$$I_1 = I_3 + I_5 = 6 + 11 = 17$$

$$I_0 = I_4 - I_3 = 10 - 6 = 4$$

$$I_2 = I_4 + I_5 = 10 + 11 = 21$$

2.2. Метод контурных токов

Применяется для упрощения расчёта сложных схем.

Контурный ток – это некоторая расчётная величина, которая одинакова для ветвей данного контура.

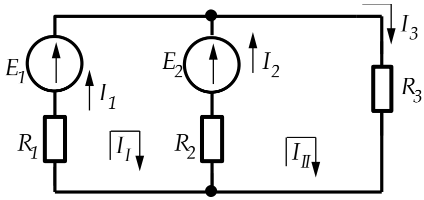


Рис. 16

Контурные токи: I_I и I_{II}

Контурный ток равен действительному току ветви, которая принадлежит только одному контуру.

$I_1 = I_I \qquad I_3 = I_{II}$

Если ветвь относиться к 2-м смежным контурам, то ток в них равен алгебраической сумме контурных токов тех

контуров, в которые эта ветвь входит.

$I_2 = I_{II} - I_I$

Сопротивления ветвей, входящих в данный контур, называются *собственными* сопротивлениями контуров.

Сопротивления ветвей, входящих в два смежных контура, называют *общими* сопротивлениями контуров.

Алгоритм расчёта:

1. В заданной схеме выбираем произвольно направление токов в ветвях.
2. Намечаем независимые контура и для них выбираем направление контурных токов, например по часовой стрелке.
3. Определяем контурные ЭДС, собственные и общие сопротивления контуров, обходя контуры в направлении контурных токов. Выбираем действительные токи ветвей через контурные (см. выше).
4. Составляем уравнения по второму закону Кирхгофа. В левой части их слагаемые с собственными сопротивлениями контуров берут со знаком плюс, а слагаемые с общими сопротивлениями – со знаком минус.

5. Полученные уравнения объединяем в систему и решаем любым способом, известным из математики.

6. Затем найдём действительные токи, выраженные через контурные.

7. Выполним проверку по первому закону Кирхгофа для любого узла и составим баланс мощностей.

Пример.

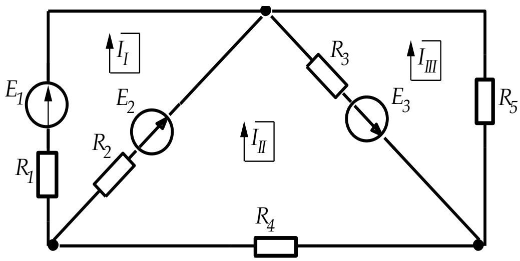


Рис. 17

Определить токи во всех ветвях схемы рис. 17, если E_1=E_3=120 В; E_2=60 В; R_1=R_2=R_3=10 Ом; R_4=R_5=10 Ом.

Решение:

1. Разобьём схему на три контура: I_1, I_2, I_3.

2. Получим три контурных тока, направленных по часовой стрелке: I_1, I_2, I_3.

3. Выразим действительные токи ветвей через контурные:

$$I_1 = I_I$$

$$I_4 = I_{II}$$

$$I_5 = I_{III}$$

$$I_2 = I_{II} - I_I$$

$$I_3 = I_{II} - I_{III}$$

4. Составим уравнение по второму закону Кирхгофа.

$$\left.\begin{aligned} &E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_1 R_2 - I_{II} R_2 \\ &E_2 + E_3 = I_{II}(R_2 + R_3 + R_4) - I_1 R_2 - I_{III} R_3 \\ &-E_3 = I_{III}(R_5 + R_3) - I_{II} R_3 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 60 &= 20I_1 - 10I_{II} \\ 180 &= 30I_{II} - 10I_I - 10I_{III} \\ -120 &= 20I_{III} - 10I_{II} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 6 &= 2I_I - I_{II} \\ 18 &= 3I_{II} - I_I - I_{II} \\ -12 &= 2I_{III} - I_{II} \end{aligned}\right\}$$

Решив полученную систему уравнений, определим контурные токи:

$I_I = 6{,}75$ А

$I_{II} = 7{,}5$ А

$I_{III} = -2{,}25$ А

5. В схеме пять ветвей, следовательно пять токов I_1, I_2, I_3, I_4, I_5.

6. Определим действительные токи внешних ветвей:

$I_1 = I_I = 6{,}75$ А

$I_2 = I_{II} = 7{,}5$ А

$I_3 = I_{III} = -2{,}25$ А

7. Токи внутренних ветвей:

$I_2 = I_{II} - I_I = 7{,}5 - 6{,}75 = 0{,}75$ А

$I_3 = I_{II} - I_{III} = 7{,}5 + 2{,}25 = 9{,}75$ А

Знак «–» означат, что действительный ток I_5 направлен обратно указанному на схеме.

2.3. Метод наложения (суперпозиция) токов

Этот метод можно применять для определения токов в цепи, в которой одновременно действуют несколько ЭДС. Этот метод основан на принципе наложения и применим только для линейных цепей.

Сущность принципа наложения заключается в том, что ток в любой ветви цепи с постоянными сопротивлениями равен алгебраической сумме частичных токов, создаваемых в этой ветви каждой из ЭДС в отдельности.

Алгоритм расчёта:

1. Определим количество токов в цепи. Выбираем условно направление тока в каждой ветви.

а) Предложим, что в цепи действует только одна какая–либо ЭДС.

б) Все остальные ЭДС приравниваем к нулю.

в) Все сопротивления оставляем неизменённым, включая внутреннее сопротивления всех источников.

г) Получим цепь с последовательно–параллельным соединением сопротивлений.

д) Для такой схемы находим токораспределение. Указываем на схеме направления токов, вызванных действием только одной ЭДС. Это так называемые частичные токи. Обозначают их с одним штрихом: I'.

е) Зная сопротивления участков и ЭДС источника, используя закон Ома и соотношения величин при последовательном и параллельном соединении резисторов, определим значение частичных токов от одного источника ЭДС.

3. Аналогично полагаем, что в цепи действует вторая ЭДС, а все остальные не действуют. Повторяем расчёт частичных токов от действия второго источника, их обозначают с двумя штрихами: I″.

4. Аналогично производим расчёты поочерёдно для всех ЭДС схемы.

5. Определяем действительные значения токов в каждой ветви по принципу наложения токов, то есть, алгебраически сложив частичные токи, определяем действительные значения токов на каждом участке сложной цепи, когда все ЭДС действуют одновременно.

Правило алгебраического сложения токов:

Знак, который ставится перед частичным током при алгебраическом сложении, зависит от того, совпадает ли направление этого тока с выбранным направлением действительного тока в ветви или противоположно ему. Если совпадает, то знак «+», если противоположно, то знак «–».

Пример:

Дано: (Рис18) $R_1=R_3=2$ Ом; $R_2=1{,}6$ Ом; $E_1=3{,}6$ В; $E_2=4{,}8$ В; $r_{01}=r_{02}=0{,}5$ Ом.

Найти: все токи.

Решение задачи:

1. Применение метода наложения к цепи на рис.18.

Разветвление цепи с несколькими источниками энергии, включенными в разные ветви, к числу которых относится и цепь на рис. 18, являются сложными цепями. Для таких сложных электрических цепей существует ряд методов, один из которых (метод наложения) рассматривается в этом параграфе, а другие методы в следующих параграфах.

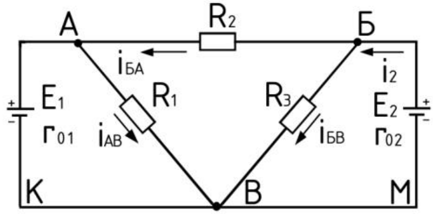


Рис. 18

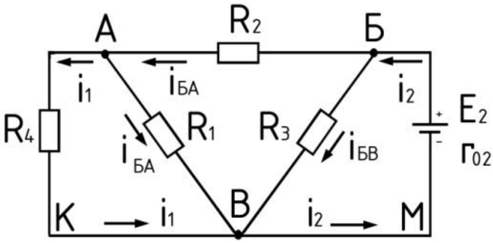


Рис. 19

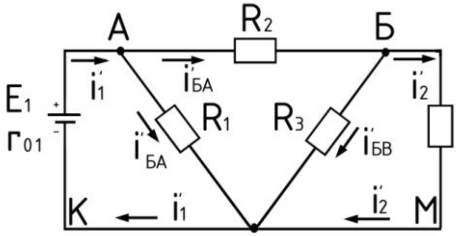


Рис. 20

По методу наложения ток в любом участке цепи рассматривается как алгебраическая сумма частичных токов, созданных каждой ЭДС в отдельности. В нашем случае следует:

во-первых, определить *частичные токи от ЭДС* E_1 *при отсутствии ЭДС* E_2, т.е. рассчитать простую цепь по рис. 19; во-вторых найти *частичные токи от ЭДС* E_2 *при отсутствии ЭДС* E_1, т.е. рассчитать простую цепь по рис. 20; в-третьих, *алгебраически сложить частичные токи двух последних схем*.

Итак, метод наложения позволяет заменить расчёт одной сложной цепи с несколькими источниками энергии (рис. 18) расчётом нескольких в данном случае двух) цепей с одним источником энергии в каждой.

2. Обозначение частичных токов. Все частичные токи от ЭДС E_1 (рис. 19.) обозначим буквой I с одним штрихом, а все частичные токи от ЭДС E_2 (рис. 20.) – с двумя штрихами.

3. Вычисление частичных токов. Для цепи с ЭДС E_1 (рис. 19.) рассчитаем сначала общее сопротивление. Сопротивление участка БВ

$$R'_{БВ} = \frac{R_3 r_{02}}{R_3 + r_{02}} = \frac{2\times 0,5}{2+0,5} = 0,4 \text{ Ом.}$$

Оно соединено последовательно с сопротивлением R_2, поэтому

$$R'_{АБВ} = R_2 + R'_{БВ} = 1,6 + 0,4 = 2 \text{ Ом.}$$

Два одинаковых сопротивления $R'_{АБВ}$ R_1 соединены параллельно, поэтому общее сопротивление всей внешней цепи

$$R'_{АВ} = \frac{R_1}{2} = \frac{2}{2} = 1\text{Ом}$$

Ток источника

$$I'_1 = \frac{E_1}{r_{01} + R'_{АВ}} = \frac{3,6}{1,5} = 2,4A$$

разветвляется в узловой точке А на два одинаковых тока:

$$I'_{АБ} = I'_{АВ} = \frac{I'_1}{2} = 1,2A$$

Ток $I'_{АБ}$ разветвляется в узловой точке Б на токи:

$$I'_2 = I'_{АБ}\ \frac{R_3}{r_{02} + R_3} = 1,2\times\frac{2}{2,5} = 0,96A$$

$$I'_{БВ} = I'_{АБ} - I'_2 = 1,2 - 0,96 = 0,24A$$

Для цепи с ЭДС E_2 (рис.20):

$$R''_{АВ} = \frac{R_1 r_{01}}{R_1 + r_{01}} = \frac{2\times 0,5}{2+0,5} = 0,4OM$$

$$R''_{БАВ} = R_2 + R''_{АБ} = 1,6 + 0,4 = 2OM$$

$$R''_{БВ} = \frac{R''_{БАВ}}{2} = \frac{2}{2} = 1OM$$

так как $R_3=R''_{БАВ}$.

В ветви источника с ЭДС E_2 ток

$$I''_2 = \frac{E_2}{R''_{БВ} + r_{02}} = \frac{4{,}8}{1{,}5} = 3{,}2A$$

Поскольку $R''_{БАВ}=R_3=2{,}0$ Ом, то ток

$$I''_{БА} = I''_{БВ} = \frac{I''_2}{2} = 1{,}6A$$

Токи в параллельных ветвях участка АВ:

$$I''_1 = I''_{БА}\frac{R_1}{r_{01} + R_1} = 1{,}6 \times \frac{2}{2{,}5} = 1{,}28A$$

$$I''_{АВ} = I''_{БА} - I''_1 = 1{,}6 - 1{,}28 = 0{,}32A$$

4. Вычисление токов в цепи на рис. 20. Выполним алгебраическое сложение частичных токов.

На участке ВКА частичный ток I'_1 (рис. 19) направлен от узла В к узлу А, а частичный ток I''_1 (рис. 20) – от А к В, т.е. навстречу первому. Поэтому суммарный ток

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 2{,}4 - 1{,}28 = 1{,}12A$$

Направление тока I_1 (рис. 19.) совпадает с направлением большего частичного тока, т.е. тока I'_1.

Аналогичным образом определяем $I_{БА}$ и I_2:

$$I_{БА} = I''_{БА} - I'_{АБ} = 1{,}6 - 1{,}2 = 0{,}4A$$

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 3{,}2 - 0{,}96 = 2{,}24A$$

Направления токов $I_{БА}$ и I_2 (рис.20) совпадают с направлениями токов $I''_{БА}$ и I''_2 соответственно.

В ветви АВ оба частичных тока ($I'_{АБ}$ и $I''_{АБ}$) совпадают по направлению, поэтому

$$I_{АВ} = I'_{АВ} + I''_{АВ} = 1{,}2 + 0{,}32 = 1{,}52A$$

Аналогично

$$I_{БВ} = I'_{БВ} + I''_{БВ} = 0{,}24 + 1{,}6 = 1{,}84A$$

5. Вычисление напряжений. Напряжения между узловыми точками:

$$U_{БА} = I_{БА}R_2 = 0{,}4 \times 1{,}6 = 0{,}64B$$

$$U_{АВ} = I_{АВ}R_1 = 1{,}52 \times 2 = 3{,}04B$$

$$U_{БВ} = I_{БВ}R_3 = 1{,}84 \times 2 = 3{,}68B$$

6. Проверка результатов вычислений. Для проверки расчётов составим уравнение по законам Кирхгофа.

Для узла А: $I_{АВ} = I_1 + I_{БА}$; действительно, 1,52=1,12+0,4.

Для узла Б: $I_2 = I_{БА} + I_{БВ}$; действительно, 2,24=0,4+1,84.

Для контура АВБ: $U_{АВ} - U_{ВБ} + U_{БА} = 0$; действительно, +3,04-3,68+0,64=0 (обходим против направления движения стрелки часов).

*Дополнительные вопросы к задаче

1. Как применяется метод наложения для расчёта цепей. содержащих более двух источников?

если сложная цепь содержит, например три источника ЭДС E_1, E_2 и E_3, включенных в разные ветви, то следует составить три схемы для расчёта частичных токов: одна схема будет содержать только ЭДС E_2, а третья – только ЭДС E_3.

Рассчитав в трёх схемах частичные токи и алгебраически сложив их, получим токи заданной цепи.

2. В каких случаях для расчёта сложной цепи целесообразно применять метод наложения?

Наиболее трудоёмкой частью в расчётах по методу наложения является вычисление частичных токов. Поэтому его применяют при небольшом числе источников – при двух, иногда трёх.

Этот метод удобен также в тех случаях, когда не нужен полный расчёт цепи, а требуется найти, например, только токи в участках с источниками.

3. В каких случаях расчёт токов методом наложения может привести к большим погрешностям в результатах?

Если результирующий ток ветви выражается разностью двух близких величин, то незначительная относительная погрешность в определении слагаемых (частичных токов) может привести к весьма большой относительной погрешности результата (действительного тока ветви). В таких случаях метод наложения применять нецелесообразно.

2.4. Метод узлового напряжения

Потребители электрической энергии (освещения, силовая нагрузка) в различное время суток имеют неодинаковую мощность. Ночью эта мощность минимальная, утром постепенно увеличивается, достигая вечером наибольшего значения. На электростанции целесообразно иметь несколько генераторов. При малой мощности работает один генератор, с ростом мощности увеличивается число работающих генераторов.

Для увеличения мощности при неизменном напряжении генераторы включают параллельно. При этом получается сложная электрическая цепь с двумя узлами, к которым присоединяется приёмники электрической энергии.

Узловым напряжением называют напряжение между узлами такой цепи. Узловое напряжение равно разности потенциалов этих двух точек.

Для расчёта подобных сложных электрических цепей обычно используют методом узлового напряжения.

Алгоритм расчёта:

1. Найдём проводимости ветвей, которые всегда положительны.
2. Найдём узловое напряжение по формуле:

$$U = \frac{\Sigma Eg}{\Sigma g}$$

а) Выбираем одинаковое для всех ветвей направление тока от одного узла к другому.

б) ЭДС, сонаправленные току ветви, считаем положительными, а направленные противоположно – отрицательными.

3. Определяем токи в ветвях.

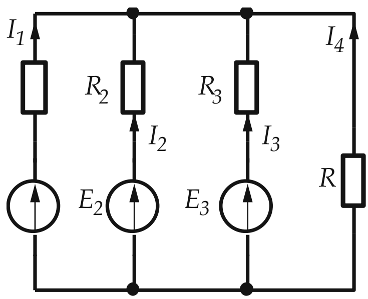


Рис. 21

на рис. представлена схема сложной цепи с двумя узлами. Примем за положительное направление токов во всех ветвях направление от узла Б к узлу А, то есть предположим, что все источники работают в режиме генераторов. Напряжение между узлами А и Б (узловое напряжение) обозначим U.

Оно равно разности потенциалов точек А и Б: U=φa-φb

Напряжение на зажимах генератора равно разности ЭДС и внутреннего падения напряжения U=E-Ir поэтому на первом участке ток:

где $I_1=(E_1-U)/R_1=(E_1-U)g_1$ - проводимость первого участка.

Аналогично для участков цепи:

$$I_2 = (E_2 - U)g_2$$

$$I_3 = (E_3 - U)g_3$$

$$I_4 = (0 - U)g_4 G = -UG$$

где $G = \dfrac{I}{R}$ общая проводимость электроприёмников.

По первому закону Кирхгофа, составим уравнение для узла А:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

Подставив в это уравнение найденные выражения токов, получим:

$$(E_1 - U)g_1 + (E_2 - U)g_2 + (E_3 - U)g_3 + (-U)G = 0$$

раскрыв скобки, найдём узловое напряжение:

$$U = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}$$

или в общем виде:

$$U = \frac{\Sigma E g}{\Sigma g}$$

т.е. узловое напряжение равно отношению алгебраической суммы произведений ЭДС на проводимости соответствующих ветвей к сумме проводимости всех ветвей.

Пример:

Дано: (рис. 22) $E_1=E_2=230$ В,$r_{01}=0{,}5$ Ом,$r_{02}=0{,}4$ Ом, $R_{экв}=R_3=10$ Ом.

Найти: все токи, мощности генераторов, мощности потерь на внутренних сопротивлениях, мощность потребителя R_3.

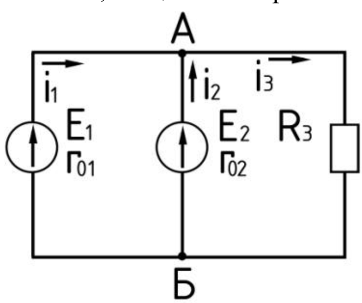


Рис. 22.

Решение задачи:

1. Применение метода двух узлов. В отличие от трёх предыдущих методов, применимых к любой цепи, *этот метод пригоден для расчёта цепей, имеющих только два узла (при любом числе ветвей).*

Цепи с двумя узлами часто встречаются на практике, и метод двух узлов значительно упрощает их расчёт.

Для расчёта применяется формула, определяющая напряжение между узловыми точками:

$$U_0 = \Sigma EG / \Sigma G,$$

где ∑Eg – алгебраическая сумма произведений ЭДС на проводимость ветви;

∑g – сумма проводимостей ветвей.

Так, для рассматриваемой цепи (рис. 22)

$$U_0 = U_{АБ} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}.$$

Здесь в числителе отсутствует слагаемое E_3g_3, так как ЭДС в третьей ветви нет. Если бы, например, ЭДС E_2 действовала в обратном направлении, то перед слагаемым E_2g_2 надо было бы поставить знак минус.

2. Вычисление узлового напряжения. Определяем проводимости ветвей:

$$G_1 = \frac{1}{r_{01}} = \frac{1}{0,5} = 2,0 \text{ См};$$

$$G_2 = \frac{1}{r_{02}} = \frac{1}{0,4} = 2,5 См$$

$$G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10} = 0,1 См$$

Узловое напряжение

$$U_{АБ} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{230 \times 2,0 + 230 \times 2,5}{2,0 + 2,5 + 0,1} = 225,0 В$$

3. Выбор положительных направлений токов. Рассматриваемая цепь (рис. 22) имеет три ветви с токами I_1, I_2 и I_3, направления которых

до расчёта цепи неизвестны (сложная цепь); поэтому надо выбрать произвольно их положительные направления (сплошные стрелки рис. 22)

4. Вычисление токов. Принятые на рис. направления токов совпадают с направлениями действия ЭДС. В таком случае узловое напряжение, или напряжение на концах ветви с ЭДС, равно разности ЭДС источника и падения напряжения на сопротивлении ветви, т.е.

$$U_{AБ} = E_1 - I_1 r_{01} = E_2 - I_2 r_{02},$$

откуда

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AБ}}{r_{01}} = (E_1 - U_{AБ})G_1 = (230 - 225) \times 2 = 10A$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{AБ}}{r_{02}} = (E_2 - U_{AБ})G_2 = (230 - 225) \times 2{,}5 = 12{,}5A$$

По закону Ома ток

$$I_3 = \frac{U_{AБ}}{R_3} = U_{AБ} G_3 = 225 \times 0{,}1 = 22{,}5A$$

5. Вычисление мощностей. Мощности, развиваемые источниками:

$$P_1 = E_1 I_1 = 230 \times 10 = 2{,}30 \text{кВт}$$

$$P_2 = E_2 I_2 = 230 \times 12{,}5 = 2{,}875 \text{кВт}$$

Мощности потерь на внутренних сопротивлениях:

$$P_{01} = r_{01} I_1^2 = 0{,}5 \times 10^2 = 50 \text{ Вт}=0{,}05 \text{ кВт};$$

$$P_{02} = r_{02} I_2^2 = 0{,}4 \times 12{,}5^2 = 65{,}2 \text{ Вт}=0{,}0652$$

Мощность потребителя

$$P_{R_3} = I_3^2 R_3 = 22{,}5^2 \times 10 = 5{,}0625 \text{ кВт.}$$

Составим баланс мощностей:

$$P_{01} + P_{02} + P_{R_3} = 0{,}050 + 0{,}0625 + 5{,}0625 = 5{,}175 \text{ кВт};$$

$$P_1 + P_2 = 2{,}30 + 2{,}875 = 5{,}175 \text{ кВт.}$$

Итак,

$$P_{01} + P_{02} + P_{R_3} = P_1 + P_2,$$

чего и следовало ожидать, если расчёт выполнен правильно.

*Дополнительные вопросы к задаче

1. В каких случаях полезно цепь с тремя узлами преобразовать в цепь с двумя узлами?

Цепь по рис. 22 содержит три узла, её расчёт был выполнен методом наложения. Однако, преобразовав соединение сопротивлений R_1, R_2, R_3 треугольником в соединение звездой, получим схему с двумя узлами, к которой применим метод двух узлов.

2. С какой точностью следует вычислять узловое напряжение?

В большинстве практических задач, как и в рассматриваемой, величина узлового напряжения мало отличается от величин ЭДС. Поэтому в нашем случае при ошибке всего лишь на 1% в определении $U_{АБ}$, т.е. считая $U'_{АБ}$=227,25 В вместо 225 В, получаем вместо значения тока I_1=10 А величину $I'_1=(E_1-U'_{АБ})G_1$=(230-227,25)2,0=5,5 А, или с ошибкой на 45%.

Этот пример показывает, что узловое напряжение следует вычислять с точностью, на два порядка большей, чем требуется для величин токов. Поэтому метод двух узлов не следует применять для цепей, у которых узловое напряжение мало отличается от величин ЭДС.

3. Какие параметры источников влияют на распределение токов в ветвях?

Для параллельной работы генераторов наиболее интересен вопрос о распределении нагрузки (тока) между ними.

Так, при $E_1=E_2$ получим отношении токов

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(E_1 - U_{АБ})G_1}{(E_2 - U_{АБ})G_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}},$$

т.е. при равных ЭДС параллельно включенных генераторов их токи обратно пропорциональны внутренним сопротивлениям.

4. Как изменяется токи генераторов, если ЭДС. E_2 уменьшить на 1%? Принимая E_2=227,7 В, получаем:

$$U_{АБ} = \frac{E_1G_1 + E_2G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{230 \times 2{,}0 + 227{,}7 \cdot 2{,}5}{4{,}6} = 223{,}75 \text{ В;}$$

$$I_1 = (E_1 - U_{АБ})G_1 = (230 - 223{,}75) \cdot 2{,}0 = 12{,}5 \text{ А;}$$

$$I_2 = (E_2 - U_{АБ})G_2 = (227 - 223{,}75) \cdot 2{,}5 = 9{,}875 \text{ А,}$$

т.е. ток второго источника уменьшился с 12,5 до 9,875 А, или на 21 %.

Итак, небольшое изменение ЭДС одного из параллельно работающих генераторов приводит к значительному изменению его тока.

5. Каким образом можно полностью разгрузить один из генераторов?

Полная разгрузка генератора означает отсутствие тока в его цепи. Допустим, что в нашей задаче второй генератор разгружен, т.е. $I_2=(E_2-U_{АБ})g_2=0$. Это возможно при условии, что $E_2=U_{АБ}$. Подставляя последнее равенство в формулу для узлового напряжения, получаем:

$$U_{АБ} = \frac{E_1G_1 + U_{АБ}G_2}{G_1 + G_2 + G_3},$$

или

$$U_{АБ}(G_1 + G_2 + G_3) = E_1G_1 + U_{АБ}G_2,$$

откуда

$$U_{АБ} = \frac{E_1G_1}{G_1 + G_3} = \frac{230 \times 2{,}0}{2{,}0 + 0{,}1} = 219 \text{ В,}$$

т.е. при узловом напряжении 219 В второй генератор полностью разгружен или, как говорят, скомпенсирован. Такой режим получится, если уменьшить ЭДС E_2. При уменьшении ЭДС E_2 снижается и узловое напряжение При ЭДС E_2=219 В и $U_{АБ}$=219 В ток I_2=0.

6. В каких случаях один из параллельно включенных источников работает в режиме потребителя?

присоединяя параллельно к какому-либо генератору аккумуляторную батарею как запасной источник питания (на случай выхода из строя генератора), получаем так называемое «буферное» включение аккумулятора. Применяется оно для питания таких потребителей, которые по технологическим условиям не допускают даже кратковременного отключения источника. Допустим, что в нашей задаче первый источник – это генератор, а второй – буферная аккумуляторная батарея. Очевидно, что в нормальных условиях потребитель должен питаться только от генератора, а батарея должна работать вхолостую либо в режиме зарядки, что обеспечивается определённым превышением ЭДС генератора над ЭДС аккумулятора.

Так, например, при E_1=245 В и E_2=230 В узловое напряжение

$$U_{АБ} = \frac{E_1 G_1 + U_{АБ} G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{245 \times 2{,}0 + 230 \cdot 2{,}5}{4{,}6} = 232 \text{ В;}$$

ток аккумулятора

$$I_2 = (E_2 - U_{АБ}) G_2 = (230 - 232) \cdot 2{,}5 = -5 \text{ А,}$$

т.е. в этом случае ток I_2 направлен навстречу ЭДС E_2 и аккумулятор работает в режиме потребителя (зарядка).

При отключении генератора аккумулятор как единственный в цепи источник питания перейдёт в режим генератора и будет питать потребитель.

2.5 Метод эквивалентного генератора

Алгоритм решения:

1. Составление эквивалентной схемы. Всю внутреннюю часть схемы можно заменить одним источником питания с ЭДС $E_э$ и внутренним сопротивлением $r_э$. Таким образом получается простейшая цепь, в которой ток находиться по закону Ома для всей цепи

$$I_{AB} = \frac{E_э}{r_э + R_{AB}}$$

2. Вычисление параметров эквивалентного генератора.

а) С помощью режима холостого хода определяют ЭДС

$E_э = U_{хх}$

б) Внутреннее сопротивление эквивалентно генератора $r_э$ равно общему сопротивлению внутренней части цепи $r_{общ}$ относительно точек А и Б.

Пример:

Дано: (рис. 23)R_1=R_3=2 Ом; R_2=1,6 Ом; E_1=3,6 В; E_2=4,8 В; r_{01}=r_{02}=0,5 Ом.

Найти: определить ток $I_{БА}$ в ветви БА.

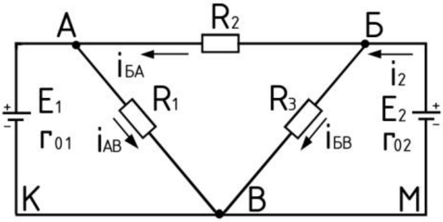


Рис. 23

Решение:

1. Составление эквивалентной схемы. Рассматриваемую цепь можно разделить относительно узловых точек А и Б (рис. 24 а) на две части: ветвь БА, в которой нужно определить ток (назовём её внешней частью схемы), и всю остальную цепь (назовём её внутренней частью). Обе части схемы (рис. 24) соединены пунктирными линиями (АА и ББ).

а)

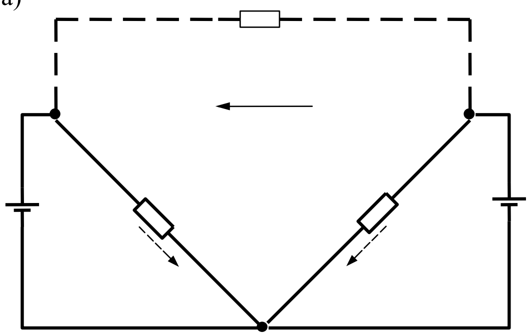


Рис. 24 а

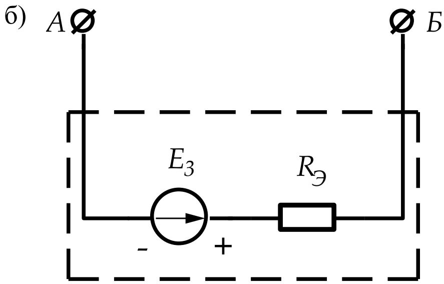


Рис. 24 б (окончание)

По теореме об эквивалентном генераторе всю внутреннюю часть можно заменить одним источником питания с ЭДС $E_Э$ и сопротивлением $R_Э$ (рис. 24, б) и таким образом получить простую неразветвлённую цепь (рис. 25), для которой нетрудно определить ток:

$$I_{БА} = \frac{E_Э}{R_Э + R_2}.$$

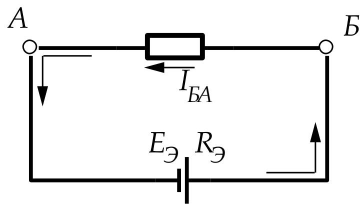


Рис. 25

В таком случае главное содержание расчёта цепи этим методом состоит в определении эквивалентных параметров ($E_Э$ и $R_Э$) внутренней части цепи.

2. Вычисление параметров эквивалентного генератора. Электродвижущая сила эквивалентного генератора $E_Э$ равна напряжению на зажимах внутренней части цепи $U_{АБ}$ (рис. 24, а) *при отключенной внешней части цепи.* Учитывая, что $U_{БА}$ имеет положительное направление т узла Б к узлу А, т.е. $U_{БА}=\varphi_Б - \varphi_А$, можно записать, что

$$E_Э = U_{БА} = \varphi_Б - \varphi_А.$$

Падения напряжения на участках БВ и АВ цепи:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = I_1 R_1 = \frac{E_1 R_1}{r_{01} + R_1} = \frac{3{,}6}{0{,}5 + 2} \cdot 2 = 2{,}88 \text{ В},$$

где I_1 и I_2 – токи в цепи (рис. 24, а) *при отключенной ветви* БА.
Следовательно,

$$E_Э = \varphi_Б - \varphi_A = U_{БВ} - U_{AB} = 3{,}84 - 2{,}88 = 0{,}96 \text{ В}.$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора $R_Э$ равно общему сопротивлению внутренней части цепи $R_{об}$ относительно точек А и Б (рис. 24, а) при отключенной внешней части цепи, т.е.

$$R_Э = R_{об} = \frac{r_{01} R_1}{r_{01} + R_1} + \frac{r_{02} R_3}{r_{02} + R_3} = \frac{0{,}5 \cdot 2}{2{,}5} + \frac{0{,}5 \cdot 2}{2{,}5} = 0{,}8 \text{ Ом}.$$

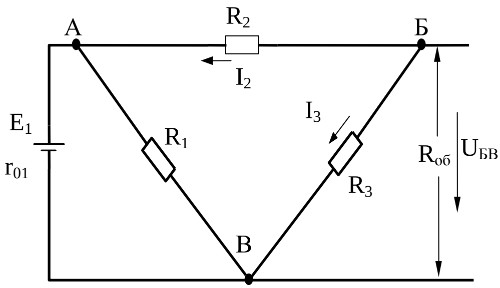
3. Вычисление тока. Ток

$$I_{БА} = \frac{E_Э}{R_Э + R_2} = \frac{0{,}96}{0{,}8 + 1{,}6} = 0{,}4 \text{ А}.$$

* Дополнительные вопросы к задаче

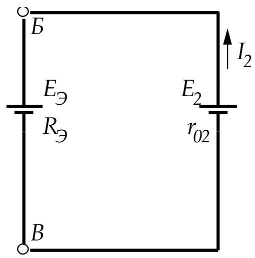
1. Как вычислить ток в ветви с источником?

Методика расчёта остаётся прежней. Покажем это на примере определения тока в ветви источника с ЭДС E_2 (рис. 26).



а)

Рис. 26 а



б)

Рис. 26 б (окончание)

Отключив эту ветвь (рис. 26, а) определяем напряжение

$$U_{БВ} = E_Э = \varphi_Б - \varphi_В = I_3 R_3$$

Для этого сначала находим ток

$$I_1 = \frac{E_1}{r_{01} + R_{АБ}},$$

где

$$R_{АБ} = \frac{R_1(R_2 + R_{3)}}{R_1 + R_2 + R_3},$$

а затем

$$I_3 = I_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_2}.$$

Ещё раз отметим, что токи I_1 и I_3 вычисляются при отключенной внешней цепи (ветви с ЭДС E_2). Общее сопротивление относительно точек Б и В найдём как параллельное соединение сопротивления R_3 и сопротивлений R_2 и $R_{АБ}$, включенных относительно точек Б и В последовательно. В очередь сопротивление $R_{АБ}$ определяем как эквивалентное параллельное параллельному соединению сопротивлений r_{01} и R_1 в узловых точках А и В. Итак,

$$R_{АВ} = \frac{r_{01} R_1}{r_{01} + R_1};$$

$$R_{об} = \frac{R_3(R_2 + R_{АВ})}{R_3 + R_2 + R_{АВ}}.$$

Теперь составляем эквивалентную схему (рис. 26, б), для которой ток

$$I_2 = \frac{E_2 - E_Э}{r_{02} + R_Э}.$$

2. Почему метод эквивалентного генератора называют ещё методом холостого хода и короткого замыкания? Если измерить напряжение между узловыми точками Б и А (рис. 26, а) при отключенном сопротивлении r_2, т.е. в режиме холостого хода эквивалентного генератора, то получим величину ЭДС $E_Э=U_{БА}$. Если же между точками Б и А включить амперметр, сопротивление которого мало, т.е. создать режим короткого замыкания эквивалентного генератора, то измеряемый им ток $I_К=E_Э/R_Э$ (рис. 26 при $R_2=0$), откуда сопротивление

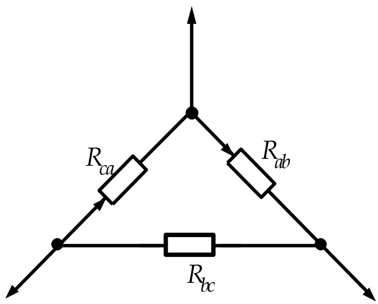
$$R_Э = \frac{E_Э}{I_К} = \frac{U_{БА}}{I_К}.$$

Таким образом, выполняя измерения в режимах холостого хода и короткого замыкания, можно экспериментально определить параметры эквивалентного генератора.

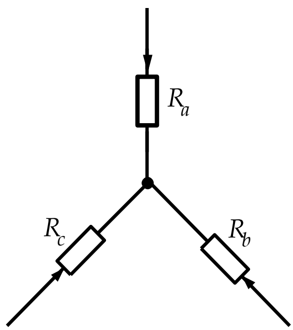
2.6. Метод эквивалентного преобразования «треугольника» и «звезды» сопротивлений

Цепь с одним источником питания тоже может быть сложной, при наличии в ней соединений, называемых треугольником и звездой.

Треугольник сопротивлений называют соединения трёх ветвей, образующих замкнутый контур с тремя узлами (рис. 27 а)



а)



б)

Рис. 27

Звездой сопротивлений называют соединение трёх ветвей, имеющих общий узел (рис. 27, б)

Расчёт цепи может быть упрощен, если соединения треугольником преобразовать в звезду или наоборот. Такое преобразование можно производить лишь в том случае, когда обе схемы равнозначны (эквивалентны).

Эквивалентными можно считать схемы, у которых потенциалы узлов и токи, подходящие к узлам, постоянны, а, следовательно, постоянны полные сопротивления между соответствующими узлами.

Для вывода выражений, связывающих сопротивления таких эквивалентных схем, предположим, что ток в одном из подводящих проводов равен нулю.

Предположим ток $I_Л=0$, тогда сопротивления между узлами B и C в треугольнике и между B и C в звезде равны, то есть

$$\frac{(R_{ac}+R_{ab})\cdot R_{bc}}{R_{ac}+R_{ab}+R_{bc}}=R_c+R_b$$

при токе $I_B=0$ сопротивления между узлами A и C в данных соединениях равны

$$\frac{(R_{ab}+R_{bc})\cdot R_{ca}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}=R_a+R_c$$

при токе $I_C=0$ сопротивления между узлами A и B в обоих случаях равны:

$$\frac{(R_{bc}+R_{ca})\cdot R_{ab}}{R_{bc}+R_{ca}+R_{ab}}=R_b+R_a$$

Допустим, что преобразуется треугольник в звезду. Тогда сопротивления сторон треугольника R_{ab} R_{bc} R_{ca} следует считать заданными. Необходимо определить сопротивления лучей звезды R_b, R_a, R_c. Решая систему уравнений (1), (2), (3) найдём искомые сопротивления:

$$R_a=\frac{R_{ca}R_{ab}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}$$

$$R_b=\frac{R_{bc}R_{ab}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}$$

$$R_c=\frac{R_{ca}R_{bc}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}$$

Для запоминания этих формул существует правило:

Каждое сопротивление эквивалентной звезды равно отношению произведения двух примыкающих к соответствующему узлу сопротивлений треугольника к сумме трёх его сопротивлений.

Если преобразовывать звезду в треугольник, то заданными следует считать сопротивления лучей звезды R_b R_a R_c. Сопротивления сторон треугольника R_{ab} R_{bc} R_{ca} следует определить.

Решая совместно уравнения (1),(2),(3) найдём искомые сопротивления:

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}$$

$$R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}$$

Мнемоническое правило для запоминания формул перехода:

Сопротивление стороны эквивалентного треугольника равно сумме сопротивлений двух лучей звезды, присоединенных к тем её узлам, что и сторона треугольника, и их произведения, делённого на сопротивление третьего луча звезды.

Если сопротивления лучей звезды равны друг другу: R_b=R_a=R_c (что практически бывает часто), то будут равны друг другу и сопротивления сторон треугольника, то есть R_{ab}=R_{bc}=R_{ca}, причём из формул получается простые соотношения:

$R\Delta = 3Ry$ или $Ry = R\Delta / 3$

следовательно, сопротивления ветви симметричного треугольника в три раза больше сопротивления ветви симметричной звезды и наоборот.

В большинстве случаев расчёт сложной цепи значительно упрощается, если треугольник сопротивлений заменить звездой сопротивлений.

Алгоритм расчёта сложной цепи методом преобразования треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду:

1. Определить количество неизвестных токов и укажем их направление.

-Любой треугольник сопротивлений можно заменить эквивалентной звездой.

-В результате замены получается другая схема, позволяющая упростить расчёт.

-Найдём сопротивления лучевой звезды.

-Найдём полное сопротивление упрощённой цепи.

-Зная ЭДС источника и полное сопротивление цепи по закону Ома, найдём ток в неразветвлённой части схемы.

-Найдём напряжение на параллельном участке.

-Найдём токи исходной электрической цепи, найдём по законам Кирхгофа. Составим уравнения по двум законам Кирхгофа для неизвестных токов.

2.7. Пример расчет цепи с применением метода преобразования «треугольника» сопротивлений в «звезду»

Дано: (рис. 28) E=3,6 В; r_0 = 0,12 Ом; r_1 = 8 Ом; r_2 = 10 Ом; r_3 = 2 Ом; r_4 = 4 Ом; r_5 = 5 Ом.

Найти: все токи.

Решение:

1. Особенности рассматриваемой цепи.

Покажем на схеме направление общего тока I, который разветвляется в узловой точке А на два: I_1 и I_2. Дальше следовало бы показать направление тока I_3 между узлами Б и В, но он может иметь два направления (показаны на рисунке сплошной и пунктирными стрелками). Действительное направление тока I_3 зависит от параметров схемы и определяется только после расчета цепи.

Итак, в рассматриваемой цепи не только величины токов, но их направления (в отдельных ветвях) определяются расчетом.

Кроме того, до сих пор расчет цепей с одним источником энергии основывался на упрощении схемы с последовательно и параллельно соединенными сопротивлениями. Возможен ли такой путь решения данной задачи?

Оказывается, нет. Рассматриваемая цепь не имеет параллельно и последовательно соединенных

сопротивлений. Действительно, с одной стороны,

нет сопротивлений, подключенных к одной и той же паре узлов (условие параллельного соединения), с другой – нет сопротивлений, обтекаемых одним и тем же током (условие последовательного соединения).

Итак, рассматриваемая цепь не может быть разбита на последовательно и параллельно

соединенные участки (ветки). Такие электрические цепи иногда называют сложными, поэтому и рассматриваемую цепь (рис. 28) можно отнести к числу сложных.

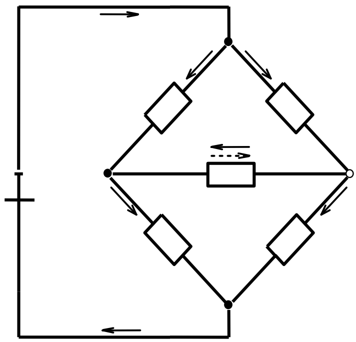


Рис. 28

2. Вычисление общего сопротивления.

Определить общее сопротивление цепи теми же методами, что и в предыдущих задачах, в данном случае нельзя. Поэтому возникает вопрос: нельзя ли преобразовать схему так, чтобы применение прежних методов стало возможным?

Оказывается, можно, если соединение сопротивлений треугольником преобразовать в соединение звездой или, наоборот, звезду сопротивлений в треугольник. Выполним преобразование для треугольника сопротивлений R_1, R_2 и R_3 (Рис. 28)

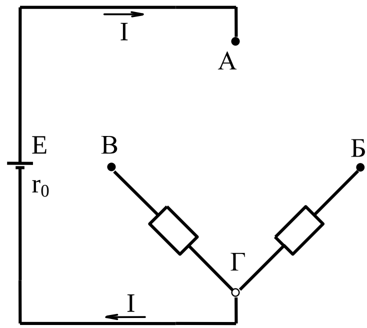
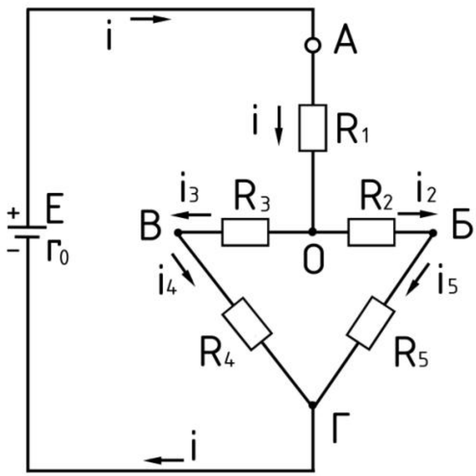


Рис. 29 а



б)
Рис. 29 б (окончание)

Прежде всего перечертим схему без заменяемого треугольника сопротивлении, но с обозначенными вершинами А, Б, В (рис. 29, а). Затем к этим вершинам присоединим звезду сопротивлений $R_А$,$R_Б$ и $R_В$ (рис. 29, б). Учитывая, что каждое сопротивление звезды равно произведению двух примыкающих сопротивлений треугольника, разделённому на сумму трёх его сопротивлений, находим:

$$R_А = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{8 \cdot 10}{8 + 10 + 2} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_Б = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 2}{8 + 10 + 2} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_В = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 8}{8 + 10 + 2} = 0{,}8 \text{ Ом}.$$

Дальше расчёт эквивалентной схемы по рис. 29, б ведётся уже известными методами. Действительно, сопротивление $R_В$ соединено последовательно с R_4, а сопротивление $R_Б$ – последовательно с R_5; поэтому для ветви ОВГ общее сопротивление $R_{В,4}$=$R_В$+R_4=0,8+4=4,8 Ом, а для ветви ОБГ $R_{Б,5}$= $R_В$+R_5=1+5=6 Ом. Сопротивление $R_{В,4}$ и $R_{В,5}$ соединены параллельно, и их общее сопротивление

$$r_{0Г} = \frac{4{,}8 \cdot 6}{4{,}8 + 6} = 2{,}67 \text{ Ом}.$$

Общее сопротивление всей цепи $R_{об}=R_A+ r_{0Г}=4+2,67=6,67$ Ом.

3. Вычисление токов. Определение токов в цепях, подобных полученной (рис. 29, б), уже выполнялось в предыдущих задачах и приводится здесь без подробных пояснений.

Ток источника

$$I = \frac{E}{R_{об} + r_0} = \frac{3,6}{6,67 + 0,12} = 0,53 \text{ А.}$$

Ток ветви ОВГ

$$I_4 = I\frac{R_{Б,5}}{R_{Б,5} + R_{В,4}} = 0,53 \times \frac{6}{6 + 4,8} = 0,295$$

Ток ветви ОБГ

$$I_5 = I - I_4 = 0,53 - 0,295 = 0,235 \text{ А.}$$

Поскольку участки ВГ и ГБ (рис. 28 и 29, б) не преобразовались, то вычисление токов I_4 и I_5 действительны для обеих схем. Переходим к исходной схеме (рис. 28); запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для контура ВБГ (ток I_3 будем считать направленным, как показано сплошной стрелкой):

$$-I_3R_3 + I_5R_5 - I_4R_4 = 0.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$-I_3 \cdot 2 + 0,235 \times 5 - 0,295 \cdot 4 = 0$$

или

$$2I_3 \approx 0,12 - 0,12 = 0, \text{ т.е. } I=0;$$

$$I_1 = I_4 - I_3 = I_4; \quad I_2 = I_3 + I_5 = I_5.$$

* Дополнительные вопросы к задаче

1. Случайно ли ток I_3 оказался равным нулю?

Рассматривая цепь (рис. 28) называется мостовой. в мостовой цепи ток I_3 в ветви ВБ, называемой диагональю моста, равен нулю, если произведения сопротивлений противоположных плеч одинаковы. Действительно, в нашем случае $R_1R_5=8\times5=40$ и $R_2R_4=10\times4=40$. Поэтому и оказалось $I_3=0$.

Мостовые схемы широко применяются в технике электрических измерений и, в частности, для измерения сопротивлений.

2. Сколько в рассмотренной цепи (рис. 28) соединений звездой и сколько треугольником?

В этой цепи соединения звездой (R_1, R_3, R_4 и R_2, R_3, R_5) и два соединены треугольником (R_1, R_2, R_3 и R_3, R_4, R_5).

3. Можно ли решить задачу преобразованием звезды в треугольник?

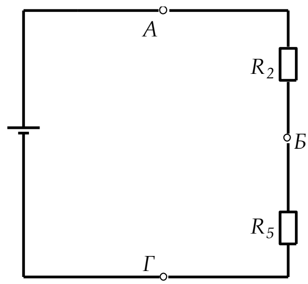
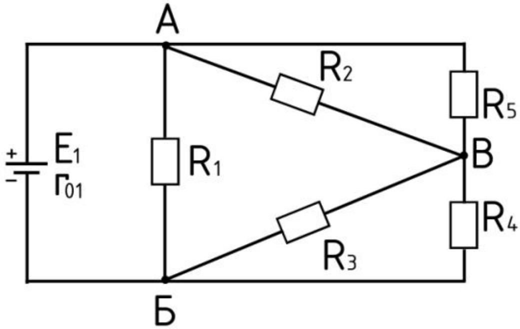


Рис. 30 а



б)
Рис. 30 б (окончание)

Для преобразования можно выбрать любую звезду или любой треугольник. Отдают предпочтение такому преобразованию, которое быстрее приводит к решению задачи. В данном случае можно также успешно решить задачу заменой любой звезды треугольником, например звезды R_1,R_3,R_4.

Прежде всего исключим заменяемую звезду (рис. 30, а) и к вершинам А, Б, и Г присоединим треугольник сопротивлений $R_{АБ}$, $R_{БГ}$, $R_{ГА}$ (рис. 30, б). Для определения сопротивления треугольника нужно взять сумму трех слагаемых: двух примыкающих сопротивлений звезды и их произведения, разделенного на третье сопротивление звезды.

Таким образом,

$$R_{АБ} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_4} = 8 + 2 + \frac{8 \cdot 2}{4} = 14 \text{ Ом;}$$

$$R_{БГ} = R_3 + R_4 + \frac{R_3 R_4}{R_1} = 2 + 4 + \frac{2 \cdot 4}{8} = 7 \text{ Ом;}$$

$$R_{ГА} = R_4 + R_1 + \frac{R_4 R_1}{R_3} = 4 + 8 + \frac{4 \cdot 8}{2} = 28 \text{ Ом.}$$

Далее определим опять общее сопротивление цепи. В полученной схеме (рис. 30, б) имеются две пары параллельного соединенных сопротивлений $R_{АБ}$ и R_2; $R_{БГ}$ и R_5. Их общие сопротивления равны:

$$R_{АБ,2} = \frac{R_{АБ,2}}{R_{АБ} + R_2} = \frac{14 \cdot 10}{14 + 10} = 5{,}83 \text{ Ом;}$$

$$R_{БГ,5} = \frac{R_{БГ,5}}{R_{БГ} + R_5} = \frac{7 \cdot 5}{7 + 5} = 2{,}92 \text{ Ом;}$$

и общее сопротивление всей цепи

$$R_{об} = \frac{R_{ГА}(R_{АБ,2} + R_{БГ,5})}{R_{ГА} + R_{АБ,2} + R_{БГ,5}} = \frac{28(5{,}83 + 2{,}92)}{28 + 5{,}83 + 2{,}92} = 6{,}67 \text{ Ом.}$$

Как и следовало ожидать, получился тот же результат что и в предыдущем варианте преобразования.

4. Как учесть направление тока в диагонали моста?

В начале решения было указано, что ток I_3 может иметь два направления, причём действительное направление заранее неизвестно. Поэтому сначала направление выбираем произвольно. Если направление тока выбрано неправильно, то в результате расчёта получится отрицательное значение тока.

5. Какое наименьшее число узлов и сопротивлений имеет схема, требующая применения метода преобразования соединения сопротивлений треугольником и звездой?

Цепи с двумя и тремя узлами всегда рассчитываются без применения такого преобразования, так как имеют только последовательные и параллельные участки. Но в цепях с четырьмя и более узлами может потребоваться преобразование треугольника сопротивлений в звезду или наоборот.

6. Можно ли при решении этой задачи обойтись без преобразования треугольника в звезду?

Как уже было показано, для упрощения схемы преобразование неизбежно. Но можно обойтись и без преобразования, если воспользоваться методами расчёта сложных цепей.

3. МАТРИЧНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Рассмотренные ранее методы анализа сложных цепей (метод непосредственного применения законов Кирхгофа – МНЗК, метод контурных токов – МКТ, метод узловых потенциалов – МУП) представляют собой методы составления системы уравнений цепи, т.е. методы получения математической модели цепи.

Для выполнения анализа процессов в цепи эта система должна быть решена относительно искомых величин (токов).

В случае традиционного (развернутого) метода составления и записи уравнений системы наиболее распространенными способами решения системы уравнений являются:

– формула Крамера, т.е. непосредственное раскрытие определителей ($n<5$, т.к. число арифметических операций при этом равно $n \cdot n!$; при $n=5$, число операций 600).

– метод исключения по Гауссу ($n<1000$, т.к. число операций равно $2n^3$).

	Метод Крамера n-n!	Метод Гаусса $2\text{-}n^3$
n=2	4	16
n=3	18	54
n=4	96	128
n=5	600	250
n=6	4320	432

Использование метода Гаусса при п>1000 нецелесообразно, т.к.

а)при п=1000 число операций равно $2\text{-}10^9$ и ЭВМ с быстродействием 10^6 операций в секунду будет решать такую задачу 33 мин;

б)метод Гаусса (как и формула Крамера) дает точное решение задачи, однако при использовании ЭВМ неизбежны ошибки округления, а потому при большом числе уравнений полученное решение может заметно отличаться от точного;

в) существенным параметром вычислительного процесса является и число используемых ячеек памяти, которое при $n=1000$ достигает 10^6.

Поэтому при большом числе уравнений приходится использовать те или иные итерационные методы, когда решение находится как предел последовательных приближений (итераций), например, метод Зейделя.

Особенность развития современных электрических цепей является:

– увеличение количества элементов в цепях (ЭВМ, преобразовательная техника);

– широкое применение ЭВМ для расчетов электрических цепей, что требует формализации записи уравнений, умения составлять экономичные алгоритмы.

В этом смысле широкое распространение получил матричный метод записи и решения систем линейных алгебраических уравнений.

Матрица – совокупность величин (элементов), расположенных в виде прямоугольной таблицы.

Математическая символика и правила матричной алгебры позволяют:

1) упростить, сократить запись систем уравнений, получающихся при расчете сложных электрических цепей;

в этом отношении матричную алгебру можно сравнить со стенографией, облегчающей и ускоряющей запись;

упорядочить решение систем уравнений;

аналитически описать топологические свойства электрической цепи и использовать их для машинного анализа проектирования электрических цепей;

решение системы уравнений в матричной форме сводится к нахождению обратной матрицы сопротивлений (ее обращению) и умножению ее на матрицу-столбец контурных э.д.с. (свободных членов уравнений) в соответствии с правилами матричной алгебры;

2) обращение матрицы есть довольно большой по объему вычислений процесс, однако эффективность нахождения решения системы уравнений в матричной форме резко возрастает, если требуется решить несколько линейных систем уравнений с одной и той же матрицей параметров [A] (сопротивлений) и различными свободными столбцами (меняются источники).

3.1. Матрично-топологический метод анализа электрических цепей

Свойства любой электрической цепи определяются ее структурой и параметрами ее элементов и изображаются в виде схемы электрической цепи.

Топология занимается изучением свойств цепи в зависимости только от ее структуры.

Структуру исследуемой схемы электрической цепи отражает граф электрической схемы – условное изображение схемы электрической цепи, в котором ветви схемы представлены отрезками-ветвями графа, а узлы точками – узлами графа (ГОСТ 19874).

Таким образом, узлы и ветви графа соответствуют узлам и ветвям электрической схемы.

Свойства графа, а, следовательно, свойства структуры электрической цепи, могут быть описаны аналитическим или геометрическим способами.

Аналитическое описание топологии цепи, введенное ещё Кирхгофом (в 1847 г. Кирхгоф ввел понятие граф, но оно 50 лет было в забвении; затем Максвелл в 1892 развивает теорию графов. Современную теорию графов создал в 1949 г. Рид) (Сешу, Рид. Линейные графы и электрические цепи Перевод. - М.: Высш. школа, 1971).

Матрично-топологический метод основывается на применении матричной алгебры.

Пример:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \cdots + R_{1n}I_{nn} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + \cdots + R_{2n}I_{nn} = E_{22} \\ \cdots \\ R_{n1}I_{11} + R_{n2}I_{22} + \cdots + R_{nn}I_{nn} = E_{nn} \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ \cdots \\ I_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ \cdots \\ E_{nn} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$[R] \times [I] = [E] \rightarrow$

$[I] = [R]^{-1}\,[E]$ – метод контурных токов в матрично-топологической форме.

При чисто геометрическом описании топологии цепи используют правила по преобразованию графа и правило Мэзана – топологический метод.

3.2. Основные топологические понятия и определения

Топология – изучение свойств любой электрической цепи в зависимости от ее структуры.

Схема электрической цепи – графическое изображение электрической цепи, содержащее условные обозначения ее элементов и показывающее соединения этих элементов.

Граф схемы цепи – изображение структуры схемы цепи, в котором ветви схемы представлены отрезками кривых – ветвями графа, а узлы схемы – точками – узлами графа.

Направленный (ориентированный) граф схемы цепи (рис. 38)– граф, в котором указаны условно-положительные направления токов ветвей стрелками на ветвях графа.

Примечание

При составлении графа ветви, содержащие только идеальные источники э.д.с. или тока, необходимо преобразовывать.

Ветвь источника тока в граф не входит.

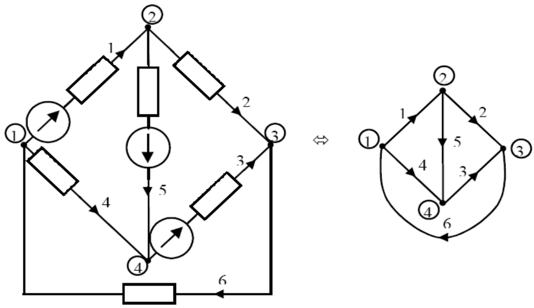


Рис. 31

Подграф схемы - часть графа схемы: дерево, связи, главный контур, главное сечение.

Дерево графа (рис. 32) любая совокупность ветвей графа, соединяющая все его узлы без образования контура число ветвей дерева.

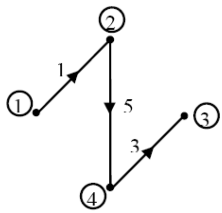


Рис. 32

Связь ветвь графа, не принадлежащая выбранному дереву графа число связей.

Контур замкнутая цепь из нескольких ветвей.

Главный (независимый) контур (рис. 33) контур, образованный ветвями дерева и только одной ветвью связи.

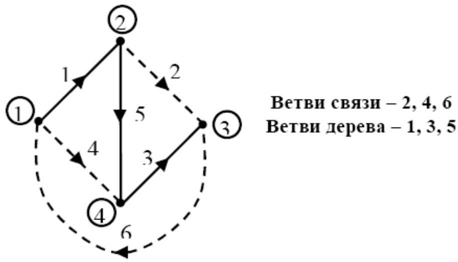


Рис. 33

Нумерация главных контуров определяется нумерацией входящих в них ветвей связи.

За положительное направление обхода главного контура принимается направление ветвей связи, входящей в этот контур.

Сечение графа - поверхность, охватывающая совокупность узлов и ветвей графа и рассекающая граф схемы на два изолированных подграфа (на две части).

Главное сечение - сечение, рассекающее только одну ветвь дерева.

Нумерация главных сечений соответствуют номеру ветви дерева, пересекаемому сечением.

За положительное направление сечения принимается направление ветви дерева, пересекаемой сечением.

Путь графа - непрерывная последовательность ветвей, проходящих не более одного раза через любой узел графа.

3.3. Топологические матрицы

Структура графа может быть описана в алгебраической форме, в виде таблиц чисел - топологических матриц.

Используют матрицы соединений, контурную матрицу, матрицу главных сечений - топологические матрицы.

Зная матрицы графа можно легко построить сам граф цепи, а, следовательно, и саму цепь.

Такое построение графа цепи и, соответственно, определение её структуры может быть произведено с помощью ЭВМ, в память которой заложены топологические матрицы.

Если при этом машинное описание цепи содержит такие параметры элементов цепи, то по заданной программе ЭВМ может производить любые расчеты для цепи заданной структуры.

3.4. Матрица соединений (узловая, структурная)

Для описания структуры графа в алгебраической форме, составим прямоугольную матрицу, у которой:

– строки матрицы соответствуют узлам графа; столбцы матрицы соответствуют ветвям графа; – элементы матрицы:

(+1), если ветвь направлена от узла;

(–1), если ветвь направлена к узлу;

(0), если ветвь не соединяется с узлом. (рис. 34)

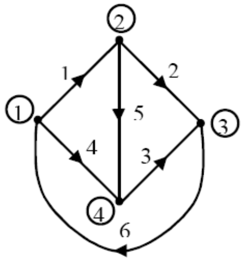


Рис. 34

$A_n =$

узлы / ветви	1	2	3	4	5	6
1	+1	0	0	+1	0	−1
2	−1	+1	0	0	+1	0
3	0	−1	−1	0	0	+1
4	0	0	+1	−1	−1	0

Это полная матрица соединений направленного графа схемы.

По этой матрице можно воспроизвести направленный граф схемы. С другой стороны это алгебраическое выражение, с которым можно производить алгебраические операции, заносить в память ЭВМ. Очевидно, что полная матрица соединений представляет собой таблицу коэффициентов уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа.

Узел, соответствующий вычеркнутой строке – базисный. Полученная матрица – узловая, независимая.

$$A = \begin{array}{c|cccccc} \text{узлы / ветви} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{array}$$

– узловая матрица (независимая матрица соединений, структурная матрица).

3.5. Метод непосредственного применения законов Кирхгофа в матрично-топологической форме

Запись 1-го закона Кирхгофа с помощью топологических матриц

С помощью топологических матриц можно описывать не только структуру цепи, но и основные законы токопрохождения, связанные с топологическими свойствами цепи (законы Кирхгофа).

Для описания этих законов в топологической форме вводят понятия матриц-столбцов токов и напряжений, а также нулевой матрицы-столбца:

$$\underset{в\times 1}{[I]} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_в \end{bmatrix}; \qquad \underset{в\times 1}{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_в \end{bmatrix}; \qquad \underset{в\times 1}{[0]} = \begin{bmatrix} 0_1 \\ 0_2 \\ \vdots \\ 0_в \end{bmatrix}.$$

Если перемножить узловую матрицу и матрицу токов, то получил новую матрицу-столбец, у которой каждая строка равна алгебраической сумме токов, сходящихся в узлах 1,2,3:

$$\underset{(у-1)\times в}{\begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & -1 \\ -1 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}} \times \underset{в\times 1}{\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_в \end{bmatrix}} = \underset{(у-1)\times 1}{\begin{bmatrix} I_1 + I_4 - I_6 \\ -I_1 + I_2 + I_5 \\ -I_2 - I_3 + I_6 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Согласно 1-му закона Кирхгофа эта сумма равна 0, т.е. полученное матричное произведение можно приравнять нулевой матрице. Или в матричной форме:

$$\underset{(у-1)\times в}{[A]} \cdot \underset{в\times 1}{[I]} = \underset{(у-1)\times 1}{[0]}$$

Однако в общем случае необходимо учесть наличие источников тока в схеме электрической цепи.

Для этого к матрице-столбцу токов ветвей необходимо прибавить матрицу-столбец токов источников тока.

Матрица источников тока – столбцовая, число строк которой равно числу ветвей графа. Токи источников маркируют по номерам ветвей, параллельно которым подключены источники этих токов. Знак тока берут положительным (+), если он ориентирован одинаково с параллельной ему ветвью графа.

Тогда $\underset{(y-1)\times в}{[A]} \cdot \left\{ \underset{в\times 1}{[I]} + \underset{в\times 1}{[J]} \right\} = \underset{(y-1)\times 1}{[0]}$ или

$\underset{(y-1)\times в}{[A]} \cdot \underset{в\times 1}{[I]} = - \underset{(y-1)\times в}{[A]} \cdot \underset{в\times 1}{[J]}$ – 1-й закон Кирхгофа в матрично-топологической форме.

3.6. Контурная матрица

Независимые контуры – контуры, в каждый из которых входит только по одной ветви связи.

Нумерация и направления обхода независимых контуров соответствуют нумерации и направлению входящих в них ветвей связи. (рис. 35)

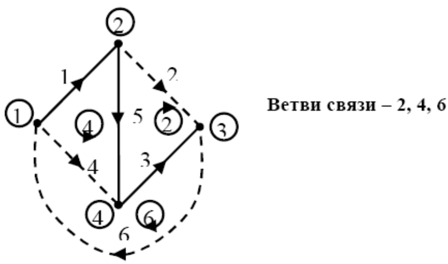


Рис. 35

Контурные матрицы контуров составляют для независимых контуров выбранного дерева.

Число строк контурной матрицы [С] равно числу [в–(у–1)] независимых контуров.

Число столбцов контурной матрицы [С] равно числу ветвей [в].

При составлении матрицы [С] независимые контуры обходят в направлении ветви связи, входящей в этот контур.

При обходе контура в ячейках матрицы [С]:

– ставят (+1), если направление стрелки на какой-либо ветви этого контура совпадает с направлением обхода контура;

– ставят (-1), если направление стрелки на какой-либо ветви этого контура не совпадает с направлением обхода контура;

– ставят 0, ветвь не входит в этот контур.

$$\underset{[в-(у-1)]\times в}{C} = \begin{array}{c|cccccc} \text{независимые контруры / ветви} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 2 & 0 & +1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \\ 6 & +1 & 0 & +1 & 0 & +1 & +1 \end{array}$$

Контурная матрица – таблица коэффициентов уравнений, составленных по 2-му закону Кирхгофа.

Запись 2-го закона Кирхгофа с помощью топологических матриц.

Если перемножить контурную матрицу и матрицу напряжений, то получим матричное уравнение, описывающее второй закон Кирхгофа в матричной топологической форме:

$$\underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \cdot \underset{в\times 1}{[U]} = \underset{[в-(у-1)]\times 1}{[0]} .$$

Матрица э.д.с. **- с**толбцовая матрица, число строк которой равно числу ветвей графа.

Э.Д.С. записывают с положительным знаком, если её направление совпадает с выбранным направлением ветви (токи ветвей):

$$\underset{в\times 1}{[E]} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_в \end{bmatrix} .$$

Произведение [C]x[E] - алгебраическая сумма э.д.с. Матрица сопротивлений ветвей - квадратная, по её диагонали записывают собственные сопротивления ветвей:

$$\underset{в\times 1}{[R]}=\begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_в \end{bmatrix}.$$

Если же выразить напряжения на участках как произведения токов ветвей на сопротивления этих ветвей, то получим запись 2-го закона Кирхгофа в матрично-топологической форме:

$$\underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]}\cdot\underset{в\times в}{[R]}\cdot\underset{в\times 1}{[I]}=\underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]}\cdot\underset{в\times 1}{[E]}.$$

Алгоритм расчета электрической цепи по законам Кирхгофа в матрично-топологической форме:

Выбирают произвольное положительное направление искомых токов в ветвях и обозначают их на схеме.

Составляют матрицы параметров схемы электрической цепи.

Матрицу э.д.с.: $\underset{в\times 1}{[E]}=\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_в \end{bmatrix}.$

Матрицу токов источников тока: $\underset{в\times 1}{[J]}=\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_в \end{bmatrix}.$

Матрицу сопротивления ветвей: $\underset{в\times 1}{[R]}=\begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_в \end{bmatrix}.$

Изображают граф схемы электрической цепи и одно из деревьев графа и составляют для них узловую и контурную топологические матрицы [A] и [C].

Подставляют полученные матрицы в матричное топологическое уравнение по законам Кирхгофа и решают его относительно искомых токов:

$$\begin{bmatrix} \underset{(y-1)\times в}{[A]} & \\ \underset{[в-(y-1)]\times в}{[C]} & \cdot \underset{в\times в}{[R]} \end{bmatrix} \times \underset{в\times 1}{[I]} = \begin{bmatrix} -\underset{(y-1)\times в}{[A]} & \cdot \underset{в\times 1}{[J]} \\ \underset{[в-(y-1)]\times в}{[C]} & \cdot \underset{в\times 1}{[E]} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

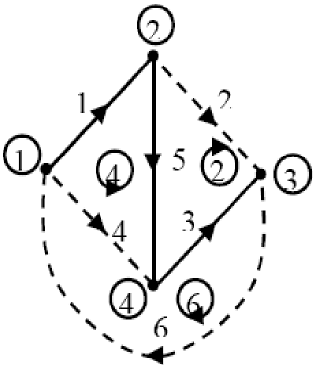
$$\underset{в\times 1}{[I]} = \begin{bmatrix} \underset{(y-1)\times в}{[A]} & \\ \underset{[в-(y-1)]\times в}{[C]} & \cdot \underset{в\times в}{[R]} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} -\underset{(y-1)\times в}{[A]} & \cdot \underset{в\times 1}{[J]} \\ \underset{[в-(y-1)]\times в}{[C]} & \cdot \underset{в\times 1}{[E]} \end{bmatrix}.$$

Проверяют правильность полученного решения с помощью баланса мощности или (и) и топографической диаграммы

3.7. Матрично-топологическая форма метода контурных токов

Для одного из деревьев графа вводятся контурные токи независимых контуров.

Направление контурных токов берут совпадающим с направлением связей графа. (рис. 36)



Ветви связи – 2, 4, 6

Рис. 36

Можно показать, что матрица-столбец токов ветвей [I] может быть записана через матрицу-столбец контурных токов [Iкк] и транспонированную контурную матрицу $[C]^T$:

$$\underset{в\times 1}{[I]} = \underset{в\times[в-(у-1)]}{[C]^T} \cdot \underset{[в-(у-1)]\times 1}{[I_{kk}]} - \underset{в\times 1}{[J]}.$$

При этом:

$$\left\{ \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times в}{[R]} \times \underset{в\times[в-(у-1)]}{[C]^T} \right\} \times \underset{[в-(у-1)]\times 1}{[I_{kk}]} = \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times 1}{[E]} + \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times в}{[R]} \times \underset{в\times 1}{[J]} \Rightarrow$$

$$\underset{[в-(у-1)]\times 1}{[I_{kk}]} = \left\{ \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times в}{[R]} \times \underset{в\times[в-(у-1)]}{[C]^T} \right\}^{-1} \times \left\{ \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times 1}{[E]} + \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times в}{[R]} \times \underset{в\times 1}{[J]} \right\}$$

или

$$\underset{[в-(у-1)]\times 1}{[I_{kk}]} = \underset{[в-(у-1)]\times[в-(у-1)]}{[R_{kk}]}^{-1} \times \underset{[в-(у-1)]\times 1}{[E_{kk}]},$$

где $\underset{[в-(у-1)]\times[в-(у-1)]}{[R_{kk}]} = \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times в}{[R]} \times \underset{в\times[в-(у-1)]}{[C]^T}$ – квадратная матрица контурных сопротивлений: по диагонали собственные сопротивления контуров, остальные элементы – смежные сопротивления соответствующих контуров:

$$\underset{[в-(у-1)]\times[в-(у-1)]}{[R_{kk}]} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix};$$

$\underset{[в-(у-1)]\times 1}{[E_{kk}]} = \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times 1}{[E]} + \underset{[в-(у-1)]\times в}{[C]} \times \underset{в\times в}{[R]} \times \underset{в\times 1}{[J]}$ – матрица-столбец контурных э.д.с..

Алгоритм расчета электрической цепи по методу контурных токов в матрично-топологической форме:

Выбирают произвольное положительное направление токов в ветвях и обозначают их на схеме.

Составляют матрицы параметров [R], [E], [J].

Изображают граф схемы контурных токов [Щ и одно из деревьев графа и составляют для них контурную топологическую матрицу [C].

Подставляют полученные матрицы в матрично-топологическое уравнение по методу контурных токов и решают его.

Определяют токи в ветвях.

Проверяют правильность полученного решения с помощью баланса мощности и (или) топографической диаграммы.

3.8. Матрично-топологическая форма метода узловых потенциалов

Можно показать, что матрица напряжений обобщенных ветвей [U] равна матричному произведению транспонированной узловой матрицы $[A]^T$ и матрицы-столбца потенциалов узлов [ср]:

$$\underset{в\times 1}{[U]} = \underset{в\times(у-1)}{[A]^T} \times \underset{(у-1)\times 1}{[\varphi_у]}.$$

При этом

$$\underset{(у-1)\times 1}{[I_у]} = \underset{(у-1)\times(у-1)}{[G_у]} \times \underset{(у-1)\times 1}{[\varphi_у]},$$

где $[G_у]$ – квадратная матрица узловых проводимостей

$$\underset{(у-1)\times(у-1)}{[G_у]} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1(у-1)} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2(у-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{(у-1)1} & G_{(у-1)2} & \cdots & G_{(у-1)(у-1)} \end{bmatrix};$$

$[I_у]$ – матрица–столбец узловых токов.

Тогда, по закону Ома:

$$\underset{в\times 1}{[I]} = \underset{в\times в}{[G_в]} \times \left\{ \underset{в\times(у-1)}{[A]^T} \times \underset{(у-1)\times 1}{[\varphi_у]} + \underset{в\times 1}{[E]} \right\},$$

где $[G_в]$ – квадратная матрица проводимостей ветвей:

$$\underset{в\times 1}{[G_в]} = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & G_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & G_в \end{bmatrix}.$$

При этом

$$\left\{ \underset{(у-1)\times в}{[A]} \times \underset{в\times в}{[G_в]} \times \underset{в\times(у-1)}{[A]^T} \right\} \times \underset{(у-1)\times 1}{[\varphi_у]} = -\left\{ \underset{(у-1)\times в}{[A]} \times \underset{в\times в}{[G_в]} \times \underset{в\times 1}{[E]} + \underset{(у-1)\times в}{[A]} \times \underset{в\times 1}{[J]} \right\} \Rightarrow$$

$$\underset{(у-1)\times 1}{[\varphi_у]} = -\left\{ \underset{(у-1)\times в}{[A]} \times \underset{в\times в}{[G_в]} \times \underset{в\times(у-1)}{[A]^T} \right\}^{-1} \times \left\{ \underset{(у-1)\times в}{[A]} \times \underset{в\times в}{[G_в]} \times \underset{в\times 1}{[E]} + \underset{(у-1)\times в}{[A]} \times \underset{в\times 1}{[J]} \right\}.$$

Алгоритм расчета электрической цепи по методу узловых потенциалов в матрично-топологической форме:

Выбирают произвольное положительное направление токов в ветвях и обозначают их на схеме.

Составляют матрицы параметров [$G_в$], [E], [J].

3. Изображают граф и составляют матрицу [A].

4. Решают уравнение в матрично-топологической форме по методу
узловых потенциалов.

Определяют токи в ветвях.

Проверяют правильность полученного решения с помощью баланса мощности и (или) топографической диаграммы.

Пример №1.

Дано:

Ветвь	2-1	1-3	4-1	3-2	4-2	3-4
R, Ом	50	120	130	60	110	70
E, В	110	120	140	30	50	70

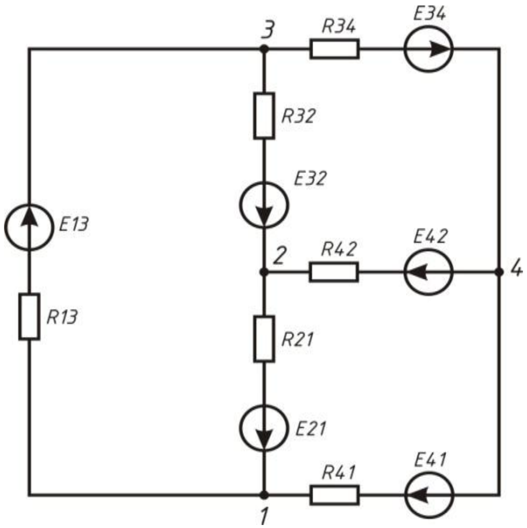


Рис. 37

За базисный узел выбирается узел с номером 4, т.е. U4 = 0 В.

Составляется система уравнений для нахождения значений токов в ветвях по методу узловых напряжений:

$$\begin{cases} -\left(\dfrac{1}{R21}+\dfrac{1}{R13}+\dfrac{1}{R41}\right)\cdot U1+\dfrac{1}{R21}\cdot U2+\dfrac{1}{R13}\cdot U3=\dfrac{E13}{R13}-\dfrac{E21}{R21}-\dfrac{E41}{R41} \\ \dfrac{1}{R21}\cdot U1-\left(\dfrac{1}{R21}+\dfrac{1}{R32}+\dfrac{1}{R42}\right)\cdot U2+\dfrac{1}{R32}\cdot U3=\dfrac{E21}{R21}-\dfrac{E42}{R42}-\dfrac{E32}{R32} \\ \dfrac{1}{R13}\cdot U1+\dfrac{1}{R32}\cdot U2+-\left(\dfrac{1}{R13}+\dfrac{1}{R32}+\dfrac{1}{R34}\right)\cdot U3=-\dfrac{E13}{R13}+\dfrac{E32}{R32}-\dfrac{E34}{R34} \end{cases}$$

Систему уравнений можно решить матричным методом:

$U=G^{-1}\cdot J$,

где U – вектор-столбец неизвестных узловых напряжений:

$$U=\begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{pmatrix}$$

G – матрица проводимостей:

$$G:=\begin{bmatrix} -\left(\dfrac{1}{R41}+\dfrac{1}{R21}+\dfrac{1}{R13}\right) & \dfrac{1}{R21} & \dfrac{1}{R13} \\ \dfrac{1}{R21} & -\left(\dfrac{1}{R21}+\dfrac{1}{R32}+\dfrac{1}{R42}\right) & \dfrac{1}{R32} \\ \dfrac{1}{R13} & \dfrac{1}{R32} & -\left(\dfrac{1}{R13}+\dfrac{1}{R32}+\dfrac{1}{R34}\right) \end{bmatrix}$$

$$G\rightarrow\begin{pmatrix} \dfrac{-281}{7800} & \dfrac{1}{50} & \dfrac{1}{120} \\ \dfrac{1}{50} & \dfrac{-151}{3300} & \dfrac{1}{60} \\ \dfrac{1}{120} & \dfrac{1}{60} & \dfrac{-11}{280} \end{pmatrix}$$

J – вектор-столбец задающих токов ветвей:

$$J := \begin{pmatrix} -\frac{E21}{R21} - \frac{E41}{R41} + \frac{E13}{R13} \\ -\frac{E32}{R32} - \frac{E42}{R42} + \frac{E21}{R21} \\ -\frac{E13}{R13} + \frac{E32}{R32} + \frac{E34}{R34} \end{pmatrix}$$

$$J \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{-148}{65} \\ \frac{137}{110} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

После решения составленной системы уравнений матричным методом определяются неизвестные значения узловых напряжений:

$$U \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{703310}{10921} \\ \frac{16400}{10921} \\ \frac{17150}{10921} \end{pmatrix}$$

$U1 := 64.4$

$U2 := 1.502$

$U3 := 1.57$

$U4 := 0$

При известных узловых напряжениях можно найти все токи ветвей по формуле:

$$I_{ij} = (U_i - U_j \pm E_{ij}) \cdot \frac{1}{R_{ij}}$$

После расчетов получается:

$$I21 := \frac{(U2 - U1 + E21)}{R21} \qquad I21 = 0.942$$

$$I13 := \frac{(U1 - U3 + E13)}{R13} \qquad I13 = 1.524$$

$$I41 := \frac{(U4 - U1 + E41)}{R41} \qquad I41 = 0.582$$

$$I32 := \frac{(U3 - U2 + E32)}{R32} \qquad I32 = 0.501$$

$$I42 := \frac{(U4 - U2 + E42)}{R42} \qquad I42 = 0.441$$

$$I34 := \frac{(U3 - U4 + E34)}{R34} \qquad I34 = 1.022$$

Уравнение баланса мощности:

$$I21^2 \cdot R21 + I13^2 \cdot R13 + I41^2 \cdot R41 + I32^2 \cdot R32 + I42^2 \cdot R42 + I34^2 \cdot R34 =$$
$$= I21 \cdot E21 + I13 \cdot E13 + I41 \cdot E41 + I32 \cdot E32 + I42 \cdot E42 + I34 \cdot E34$$

$$I21^2 \cdot R21 + I13^2 \cdot R13 + I41^2 \cdot R41 + I32^2 \cdot R32 + I42^2 \cdot R42 + I34^2 \cdot R34 = 476.519$$

$$E21 \cdot I21 + E13 \cdot I13 + E41 \cdot I41 + E32 \cdot I32 + E42 \cdot I42 + E34 \cdot I34 = 476.518$$

476,519 Вт = 476,518 Вт

Баланс мощностей сходится.

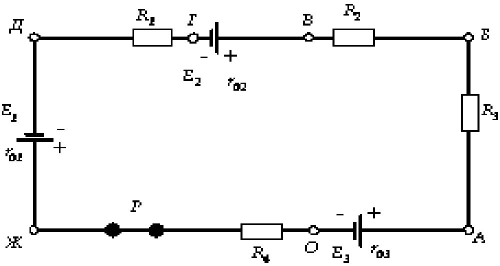
Приложения

Приложение 1

Расчетное задание 1. Построение потенциальной диаграммы.

Порядок расчёта

1. Начертить схему цепи
2. Вычислить значение электрического тока
3. Рассчитать потенциал каждой точки цепи
4. Построить потенциальную диаграмму цепи, выбирал направления электрического тока по часовой стрелке и противоположную
5. Разомкнуть рубильник Р, и построить потенциальную диаграмму для этого случая
6. Составить баланс мощностей



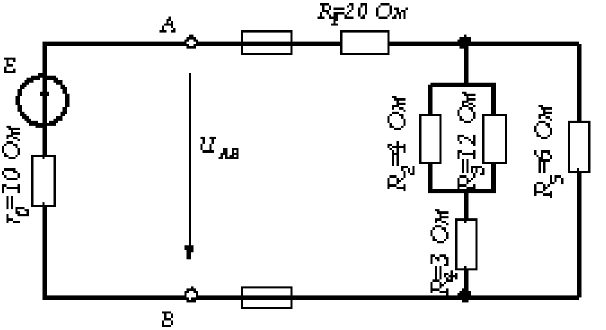
.

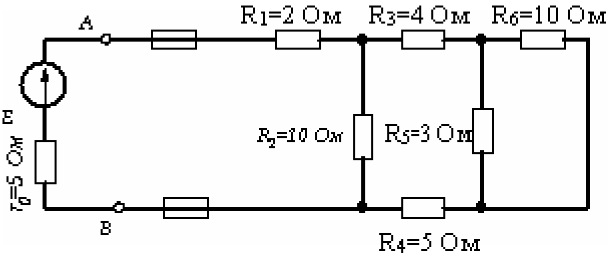
Таблица

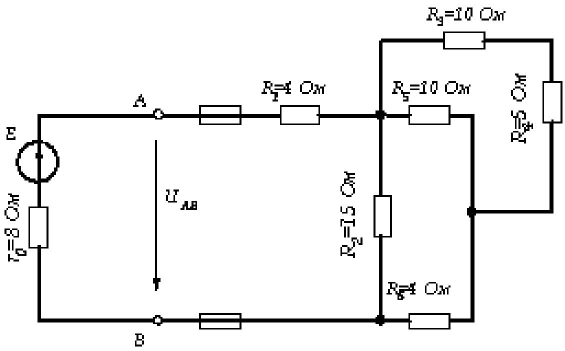
№ варианта	E_1	E_2	E_3	r_{01}	r_{02}	r_{03}	R_1	R_2	R_3	R_4
	В	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	12	12	30	2	0	0	9	9	20	20
2	17	8	20	0	2	2	20	9	8	20
3	30	12	8	9	0	9	10	15	20	10
4	10	30	30	0	9	9	20	8	13	17
5	25	12	40	0	10	0	10	9	10	13
6	27	10	18	8	0	7	17	20	9	10
7	30	15	10	0	5	0	13	10	30	25
8	15	30	13	11	0	12	25	9	10	17
9	12	27	35	0	8	0	17	13	15	9
10	10	13	14	9	0	6	17	9	13	10

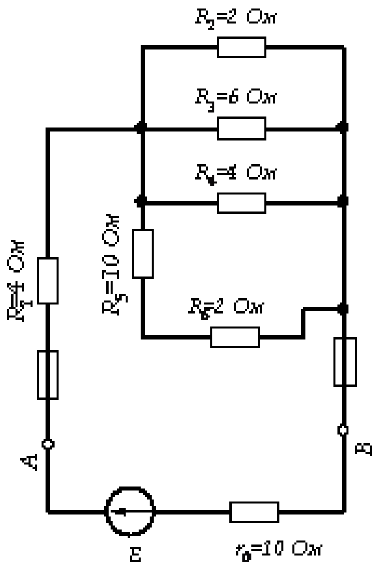
Приложение 2

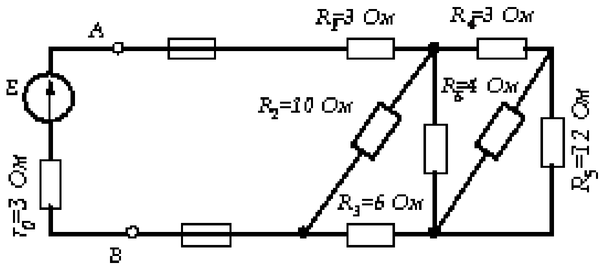
Расчетное задание 2. Расчет цепи постоянного тока смешанного соединения пассивных элементов.






R3=10 Ом
R1=4 Ом
R5=10 Ом
R4=5 Ом
A
E
U AB
R2=15 Ом
r0=8 Ом
R6=4 Ом
B


R2=2 Ом
R3=6 Ом
R4=4 Ом
R5=10 Ом
R1=4 Ом
R6=2 Ом
A
B
E
r0=10 Ом



Порядок расчёта

1. Начертить схему цепи согласно своему варианту. Указать направление токов около каждого пассивного элемента

2. Применить метод свёртывания для расчёта эквивалентного сопротивления цепи

3. Определить значение тока и напряжения на каждом пассивном элементе и всей цепи

4. Выполнить проверку расчёта применив первый закон Кирхгофа

5.Составить баланс мощностей

Таблица

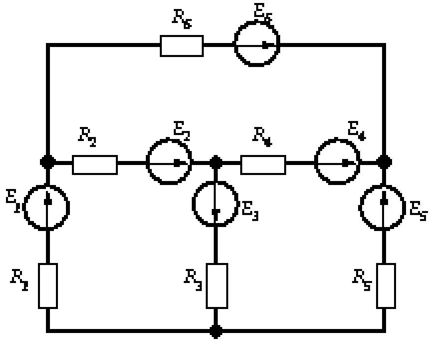
№ варианта	№ рисунка	Задаваемая величина
1	2	3
1	1	U_{AB}=100 В
2	5	I_1=20 А
3	2	U_2=30 В
4	4	I_5=10 А
5	3	U_{AB}=50 В
6	1	I_2=3,75 А
7	4	I_4=5 А
8	3	U_5=30 В
9	5	I_3=125 А
10	4	U_{AB}=80 В
11	1	I_3=1 А
12	3	U_1=20 В
13	2	I_5=5 А
14	5	I_1=12 А
15	3	U_5=60 В
16	1	U_{AB}=60 В

Окончание табл.

17	4	I_2=3 А
18	3	U_2=12 В
19	5	U_4=36 В
20	4	I_4=12 А
21	1	U_{AB}=50 В
22	3	I_2=2 А
23	2	I_4=5 А
24	4	U_5=18 В
25	3	I_3=1,2 А
26	5	I_5=6 А
27	4	U_{AB}=80 В
28	2	I_6=3 А
29	5	U_4=10 В
30	1	U_1=20 В
31	3	I_4=2 А
32	4	U_2=30 В

Приложение 3

Расчетное задание 3. Расчёт сложных цепей постоянного тока.



№ Варианта	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
	В	В	В	В	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	100	0	120	0	100	0	20	30	40	20	30	40
2	100	0	120	0	100	0	30	40	20	30	40	20
3	100	0	0	0	100	0	40	20	30	40	20	30
4	0	0	0	80	100	120	20	30	40	20	30	40
5	0	0	0	80	100	120	30	40	20	30	40	20
6	0	0	0	80	100	120	40	20	30	40	20	30
7	100	80	0	0	0	120	20	30	40	20	30	40
8	100	80	0	0	0	120	30	40	20	30	40	20
9	100	80	0	0	0	120	40	20	30	40	20	30
10	80	0	120	0	100	0	20	30	40	20	30	40

Порядок расчёта

1. Начертить схему для своего варианта.

2. Произвольно изобразить токи в ветвях.

3. По законам Кирхгофа записать, требуемое число уравнений для определения действительных токов (токи не определять).

4. Найти в исходной схеме «треугольник» сопротивлений и преобразить его в эквивалентную «звезду» сопротивлений.

5. Начертить полученную после преобразования электрическую схему и определить по заданному в условии методу токи в этой схеме.

6. Найти токи в полученной схеме следующими методами:
- метод узловых и контурных уравнений
- метод контурных токов
- метод наложения токов
- метод двух узлов

7. В каждом методе составить баланс мощностей и делать проверку по первому закону Кирхгофа.

Библиографический список

1. *Нейман* Л.Р., *Демирчян* К.С., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л.Теоретические основы электротехники. Т.3- Л.: СПб Питер , 2006.- 463с.

2. *Нейман* Л.Р., *Демирчян* К.С., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л.Теоретические основы электротехники. Т.3- Л.: СПб Питер , 2006.- 576с.

3. *Нейман* Л.Р., *Демирчян* К.С., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л.Теоретические основы электротехники. Т.3- Л.: СПб Питер , 2006.- 377с.

4. *Евдокимов*, Ф.Е. Теоретические основы электротехники/ Ф. Е. Евдокимов. - М.: Высшая школа, 2001.

5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. Под редакцией Л. А. Бессонова; М.: Высшая школа 2000.

6. *Прянишников*, В.А. Теоретические основы электротехники / В. А. Прянишников. – М.: Высшая школа, 2000.

7. *Бессонов*, Л.А. Теоретические основы электротехники/ Л. А. Бессонов. – М.: Высшая школа, 1999. - 638 с.

8. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. Под редакцией Л. А. Бессонова; М.: Высшая школа 2000.

Учебное издание

Расчет цепей постоянного тока

Методические указания
к выполнению практических работ
по дисциплине «Теоретические основы электротехники» и
«Электротехника и электроника»
для студентов электрических и неэлектрических специальностей

Составитель Михайлова Марина Юрьевна
Прасол Дмитрий Александрович

Подписано в печать 29.05.09. Формат 60 x 84/16. Усл. печ. л. 4,4. Уч.-изд. л. 4,8.
Тираж 250 экз. Заказ Цена
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В.Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46